

مقدمه‌ای بر خط‌مشی‌ها و مدل‌های وارانسی

مولود تازه مدیریت مهندسی و تولید

دکتر عزت‌الله اصغری زاده^۱

چکیده مقاله

نقش وارانسی در دنیای صنعتی و تجاری به عنوان یک سرمایه‌گذاری سودآور، به سرعت در حال افزایش می‌باشد، این نقش چه از بُعد ترغیب مشتری و چه از بُعد چتر حمایتی خصوصاً برای کالاهای پیچیده و گران از اهمیت بسزایی برخوردار می‌باشد. از دیدگاه تولید کننده و فروشنده وارانسی، مهمترین جنبه وارانسی، هزینه‌هایی است که پس از تمهد وارانسی به دنبال خواهد آمد. این هزینه، تعیین کننده خط‌مشی‌ها و تصمیماتی است که بر طبق آنها تولید کننده، وارانسی را به مشتری پیشنهاد می‌کند. در اتخاذ خط‌مشی سودآورتر و مفیدتر برای مشتری، تجزیه و تحلیل هزینه‌ها در قالب یک مدل کمی امکان پذیر می‌باشد. مدلسازی هزینه‌های ناشی از ادهای خسارت وارانسی با مدل دهی اجزاء فرایند وارانسی و قبول دسته‌ای از فرضیات پیوند خورده و عمدتاً در دو شاخه مدل‌های یک دامنه و دو دامنه بر طبق خط‌مشی‌های مختلف توسعه می‌یابد.

واژه‌های کلیدی

وارانسی^۱ - نگهداری و تعمیرات^۳ - قراردادهای سرویس^۴ - مدلسازی ریاضی^۵ -

۱ - عضو هیأت علمی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مقدمه

دهه ۸۰ و ۹۰ میلادی شاهد رشد فزاینده مدل‌های ریاضی در بحث وارانتهی به عنوان مهمترین جنبه خدمات پس از فروش (PSS)^۷ و نگهداری و تعمیر ماشین‌آلات صنعتی بوده است بگونه‌ای که انتظار می‌رود در ابتدای قرن ۲۱ عنوان گرایشی از رشته‌های مدیریت صنعتی، مهندسی صنایع، مدیریت مهندسی و رشته‌های مشابه را در دانشگاه‌ها بخود اختصاص دهد. اگرچه آغاز بحث علمی وارانتهی برای واحدهای مهندسی صنعتی را می‌توان از پایان جنگ جهانی دوم ردیابی نمود لکن تا دو دهه اخیر این موضوع عمدتاً به صورت توصیفی و غیرکمی، بخش کم اهمیتی از «اقتصاد بازاریابی» را به خود اختصاص می‌دهد. رقابت شدیدی که برای فروش «وارانتهی» و «وارانتهی تمدید شده»^۸ یا قراردادهای سرویس (ESC)^۹ بین کرایسلر، جنرال موتور، فورد و تولیدکنندگان ژاپنی در صنعت اتومبیل‌سازی بوجود آمد یا ظهور مبارزه در امر وارانتهی از طرف تولیدکنندگان لوازم خانگی «جنرال الکتریک»، میتاژ و لینوکس، محققین و صاحبان سرمایه را هر چه بیشتر متوجه اهمیت «وارانتهی» و انجام تحقیقات علمی خصوصاً در زمینه تجزیه و تحلیل هزینه‌های «وارانتهی» و در نهایت فروش این قراردادها به عنوان یک منبع سودآور نمود. «جنگ وارانتهی» تعبیری است که مدت‌هاست بین تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان و وسایط نقلیه در کشورهای

-
- 3- Maintenance
 - 4- Service Contracts or Extended Warranties
 - 5- Mathematical Modelling
 - 6- Reliability
 - 7- Post-Sale Services
 - 8- Extended Warranty
 - 9- Extended Service Contracts

صنعتی رایج شده است. این جنگ با اتخاذ خط‌مشی مناسب که در نتیجه یک تجزیه و تحلیل کمی حاصل می‌شود موجبات رضایت بیشتر مشتری، بالا بردن پایایی محصولات و افزایش سود واحدهای صنعتی شده است. به عنوان مثال در سال‌های اخیر سود سالیانه شرکت اتومبیل‌سازی فورد صرفاً از محل فروش "ESC" بالغ بر ۱۰۰ میلیون دلار بوده است.

این مقاله بر آن است که به معرفی اجمالی تعدادی از مدل‌های ریاضی مبنی بر خط‌مشی‌های وارانتهی مطرح شده در سال‌های اخیر بپردازد چرا که نگارنده جای خالی این مبحث کمی را در میان مجامع دانشگاهی در ایران بخوبی احساس می‌کند.

در قسمت اول، ابتدائاً تعریفی از «وارانتهی» و تاریخچه آن ارائه خواهد شد. در قسمت دوم به اختصار تئوری‌های «وارانتهی» ذکر می‌شود. پس از ارائه یک طبقه‌بندی از انواع وارانتهی در قسمت سوم، چهارمین قسمت به خط‌مشی‌های مختلف وارانتهی و پنجمین قسمت به مدلسازی عناصر وارانتهی اختصاص یافته است. سرانجام در قسمت ششم مدل‌های هزینه وارانتهی با تأکید بر دو مدل اساسی هزینه‌های وارانتهی (قسمت هفتم) مطرح می‌گردد.

۱- تعریف و تاریخچه وارانتهی

«وارانتهی» تعهدی قراردادی است که توسط تولیدکننده یا فروشنده یک محصول مصرفی بادوام یا یک محصول صنعتی - تجاری^۱ یا نظامی بعهده گرفته می‌شود بدین طریق که فروشنده متعهد می‌شود هرگونه خرابی محصول خریداری شده توسط مشتری را تا مدت معینی برطرف نماید. این تعهد میتواند تعمیر یا تعویض کامل محصول بدون اخذ وجه از مشتری باشد و یا می‌تواند محدود به تأمین قطعات یدکی و نیروی کار یا پرداخت قسمتی از هزینه‌های تعمیر یا تعویض باشد.

Juran & Gryna (1988) وارانتهی را به عنوان نوعی اطمینان از اینکه محصولات سالم یا معیوب هستند و مشتری بخشی از خسارت معیوب بودن را دریافت می‌کند تعریف می‌نمایند. وسیعترین تعریف وارانتهی توسط Blischke & Murthy (1994) ارائه شده است: وارانتهی یک

تعهد قراردادی مورد پذیرش تولیدکننده در ارتباط با فروش محصول می‌باشد.

وارانتی هم از نظر خریدار و هم از نظر فروشنده اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد زیرا حمایتی محسوب می‌شود که منافع هر دو طرف را دربر می‌گیرد. مشتری با خرید وارانتی منبعی مالی جهت لحظات خرابی محصول خصوصاً محصولات پیچیده با پایایی کم فراهم می‌کند. از طرف دیگر با توجه به اینکه عبارات وارانتی به طور صریح مسوولیت فروشنده وارانتی را هم از لحاظ مدت وارانتی و هم به لحاظ نوع خرابی محصول محدود می‌کند نوعی پوشش حمایتی را برای او ایجاد می‌نماید. به هر حال این حمایت دو جانبه با پرداخت هزینه اضافی در شکل افزایش قیمت محصول برای خریدار و افزایش هزینه تولید برای فروشنده همراه می‌باشد. ادبیات وارانتی در حال حاضر در سه حوزه «خط‌مشی وارانتی»، «برنامه وارانتی» و «تخمین هزینه وارانتی» در حال گسترش است.

تاریخ وارانتی می‌تواند از حدود ۲ هزار سال پیش ردیابی شود (Loomba, 1992). همورابی پادشاه بابل با ارائه قانون خود مبنی بر جریمه سخت برای صنعتگرانی که کالای معیوب تولید می‌کردند در واقع نوعی حمایت از مصرف‌کننده و برقراری یک تعهد به عنوان وارانتی از طرف صنعت‌گران را وضع می‌نماید. در قرن ۱۴ میلادی از «وارانتی» به عنوان ارائه سریع واقعیت نام برده شده است (Ebright, 1961).

در قرن ۱۸ میلادی با ایجاد تغییرات شگرف در روش تولید و مصرف، قانون «آگاهی دادن به مشتری» در کشورهای صنعتی هم از طرف تولیدکننده و هم مصرف‌کننده پذیرفته می‌شود. این قانون با وجود تولیدات ساده و غیر پیچیده، مشتری را قبل از خرید از چگونگی عملکرد کالا آگاه نموده تا بتواند بخوبی عمل نماید.

از آنجا که در پایان قرن ۱۹، محصولات پیچیده‌تر شده و در اختیار بخش اعظمی از جامعه قرار می‌گیرند این قانون ناکافی به نظر می‌رسد. ضرورت حمایت از مصرف‌کننده در دنیای صنعتی موجب می‌شود که در قرن بیستم تحولات فوق‌العاده‌ای در مفهوم وارانتی و قوانین مربوط به وجود آید تا جایی که سرانجام قوانینی همچون قانون فعلی در آمریکا به نام کُد تجاری یکنواخت (U.C.C) و قانون وارانتی «مگناسون - موس» وضع می‌شود. قانون «مگناسون - موس» دو نوع وارانتی را تعریف می‌کند: «وارانتی کامل» و «وارنتی محدود». در

وارانتهی کامل تولیدکننده در یک مدت نامحدود، بدون دریافت وجه، تعمیر یا تعویض محصول را انجام می‌دهد. این نوع وارانتهی عملاً وجود ندارد و این قانون نیز تولیدکننده را ملزم به انجام آن نمی‌کند. امروزه همه تولیدکنندگان «وارانتهی محدود» را ارائه می‌دهند که یا زمان وارانتهی و یا پوشش هزینه‌های تعمیر و تعویض محدودیت دارد.

۲- تئوری‌های «وارانتهی»

در مورد وارانتهی سه تئوری مشخص وجود دارد که بیان‌کننده ماهیت وجودی آن هستند: تئوری استثمار، تئوری راهنما و تئوری سرمایه‌گذاری.

۲-۱- تئوری استثمار

Whitford (1968) و Priest (1981) وارانتهی را قراردادی می‌دانند که جهت استثمار مشتری منعقد می‌شود. تولیدکنندگان با در دست داشتن قدرت بازار شرایط وارانتهی را بگونه‌ای وضع می‌کنند که صرفاً حداکثر فایده را کسب کنند در حالی که حداقل سرویس PSS را در قبال مشتری متقبل شوند. بدون تردید این تئوری در هنگامی که تعداد رقبای تولیدکننده خیلی کم هستند کاربرد دارد لیکن در یک بازار رقابتی ارزش خود را از دست می‌دهد.

۲-۲- تئوری راهنما

Arkerloff (1970) و Spence (1977) وارانتهی را به عنوان راهنمایی جهت نشان دادن کیفیت و پایایی محصول از طرف تولیدکننده می‌دانند. با پیچیده‌تر شدن محصولات صنعتی و نیاز به تخصص جهت شناخت آنها و نیز به دلیل بالا بودن هزینه بدست آوردن اطلاعات برای مشتری، تشخیص پایایی محصول در هنگام خرید برای مشتری فوق‌العاده دشوار است در نتیجه تکیه‌گاه مشتری جهت تعیین پایایی محصول، اخذ اطلاعات ثانویه‌ای است که همانا محتوی و شرایط وارانتهی می‌باشد. غالباً فرض مشتری بر آن است که شرکت‌های دارای محصول با کیفیت برتر می‌توانند پوشش وارانتهی بهتری را پیشنهاد کنند در حالی که شرکت‌های دارای محصول با کیفیت نازل‌تر نمی‌توانند پوشش مشابهی را ارائه دهند چرا که

هزینه سرویس این نوع وارانتهی برای آنها فوق‌العاده بالا خواهد بود. اگر چه مواردی وجود دارد که محصولات با کیفیت یکسان دارای محتوی وارانتهی متفاوتی هستند و بالطبع تئوری مذکور کاربرد خود را در این موارد از دست می‌دهد لیکن به طور عمومی پذیرفته شده که «وارانتهی» و «کیفیت» همبستگی مثبت و نزدیکی را با یکدیگر دارند و شرایط «وارانتهی بهتر»، اشاره به کیفیت برتر دارد.

۳-۲- تئوری سرمایه‌گذاری

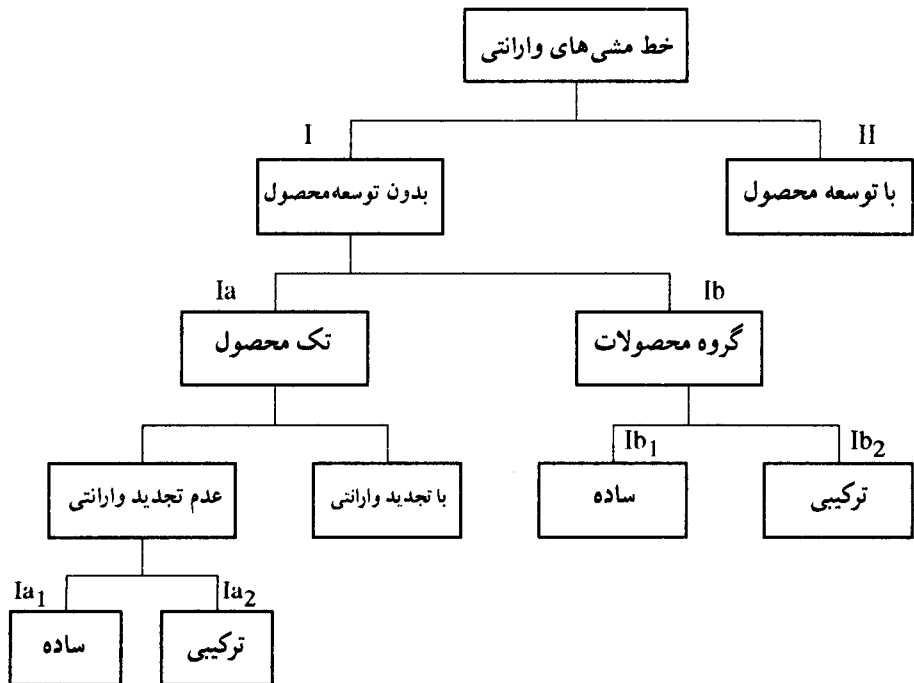
جدیدترین تئوری وارانتهی می‌باشد. Priest (1981) و Schwartz & Wilde (1983) وارانتهی را به عنوان یک خط‌مشی بیمه‌گذاری و نیز یک قرارداد تعمیر می‌شناسند. به عنوان یک خط‌مشی بیمه‌گذاری، اگر عملکرد محصول در طول مدت وارانتهی رضایت‌بخش نباشد، تولیدکننده به خریدار خسارت می‌پردازد که می‌تواند در اشکال استرداد قیمت خرید محصول، تعمیر محصول یا تعویض محصول بسته به شرایط منعقد صورت بگیرد. به عنوان یک «قرارداد تعمیر» هر دو تولیدکننده و خریدار در مقابل تعمیر محصول مسوول هستند. برای بهینه کردن هزینه این قرارداد، تولیدکننده روی طراحی مناسب و کنترل کیفیت سرمایه‌گذاری می‌نماید و خریدار نیز مراقبت ویژه‌ای را از محصول به عمل می‌آورد.

۳- طبقه‌بندی وارانتهی

Blischke & Murthy (1992) نوعی طبقه‌بندی جهت خط‌مشی‌های وارانتهی که می‌تواند توسط تولیدکننده عرضی شود ارائه کرده‌اند. در تقسیم‌بندی آنها خط‌مشی‌های وارانتهی به طور کلی به دو گروه تقسیم می‌شوند: گروه اول شامل خط‌مشی‌هایی است که دربرگیرنده توسعه محصول بعد از فروش نمی‌شوند و عمدتاً برای کالاهای بادوام مصرفی و تجاری بکار گرفته می‌شوند، ولی گروه دوم که «وارانتهی‌های بهبود پایایی» (RIW)^۱ نامیده می‌شوند دربرگیرنده «توسعه محصول» بعد از فروش بوده و عمدتاً به همراه کالاهای پیچیده‌گرانی نظیر تولیدات

1- Reliability Improvement Warranties

صنعتی و نظامی که تکنولوژی‌های جدید برای تولید آنها بکار رفته است عرضه می‌شوند. این دو گروه اصلی خود به گروه‌های فرعی کوچکتری تقسیم می‌شوند که این تقسیم‌بندی برای گروه I در نمودار شماره ۱ نشان داده شده است.



نمودار شماره ۱ - طبقه‌بندی خط‌مشی‌های وارانتهی (Blischke & Murthy , 1992)

در گروه Ia، هر محصول با یک نوع وارانتهی عرضه می‌شود در حالی که در گروه Ib، یک نوع وارانتهی جهت گروهی از محصولات عرضه می‌شود. در گروه Ia ممکن است خط‌مشی تجدید وارانتهی^۱ یا خط‌مشی عدم تجدید وارانتهی^۲ از طرف تولیدکننده یا شخص ثالث ارائه گردد. در حالت اول در صورت از کار افتادن یا خرابی محصول در «دوره وارانتهی» محصول با یک

1- Renewing Policy

2- Non - Renewing Policy

محصول مشابه به طور کامل تعویض و مجدداً یک قرارداد وارانته همانند «وارانته اصلی» با همان زمان منعقد می‌شود لیکن در حالت دوم در صورت خرابی محصول در «دوره وارانته»، محصول تعویض شده ولی پوشش زمانی وارانته صرفاً جهت باقی مانده‌ی زمان «وارانته اصلی» داده می‌شود.

هر کدام از این وارانته‌ها خود به دو گروه فرعی‌تر بنام «وارانته‌های ساده» و «وارانته‌های ترکیبی» تقسیم می‌شوند. معمول‌ترین نوع وارانته، وارانته‌های ساده هستند که با عبارات روشن و ساده از جمله با زمان مشخص و قیمت مشخص بیان می‌شوند. از مهمترین وارانته‌های ساده، «وارانته تعویض بدون پرداخت» (FRW)^۱ و «وارانته پرداخت درصدی از قیمت محصول» (PRW)^۲ می‌باشند. وارانته‌های ترکیبی شامل تعدادی ویژگی اضافه بر حالت ساده است که در متن قرارداد وارانته قید می‌شود. هر کدام از گروه‌های Ia_1 و Ia_4 نیز خود می‌توانند به شاخه‌های فرعی‌تر تک بُعدی^۳ و دو بُعدی^۴ (یا چند بُعدی) تقسیم شوند. منظور از بُعد، تعداد متغیرهای تعریف شده در محدوده وارانته می‌باشد.

یک وارانته تک بُعدی تنها با یک متغیر مشخص شده که غالباً آن متغیر «زمان وارانته» بوده و گاهی نیز متغیر «میزان استفاده» جایگزین آن می‌شود. «عبارت ۴ سال وارانته» برای یک تلویزیون مثالی از تک متغیر زمان و عبارت صد هزار برگ کپی برای یک دستگاه فتوکپی مثالی از تک متغیر «میزان استفاده» است. یک وارانته دو بُعدی شامل دو متغیر همزمان «زمان وارانته» و «میزان استفاده» می‌باشد و توسط یک منطقه در یک صفحه دو بُعدی متشکل از یک محور بیانگر زمان و یک محور بیانگر میزان استفاده نشان داده می‌شود.

طبقه‌بندی تقریباً مشابهی توسط Wilson & Murthy (1991) پیشنهاد شده که مفهوم منطقه وارانته دو بُعدی و جنبه‌های چند متغیره عملکرد را تشریح می‌کند.

1- FRW: Free Replacement Warranty

2- PRW: Pro-Rata Warranty

3- One - Dimensional Warranty

4- Two - Dimensional Warranty

۴ - خط‌مشی‌های وارانتهی

انواع زیادی خط‌مشی وارانتهی از نظر تئوریک و عملی مورد بحث قرار گرفته که لیست کامل آنها را می‌توان در (Blischke & Murthy (1994 مشاهده کرد. در اینجا تعدادی از آنها را ذکر می‌کنیم.

۴-۱ - خط‌مشی‌های وارانتهی یک دامنه ساده

۱-۴-۴ - وارانتهی تعویض بدون پرداخت (FRW)

الف - خط‌مشی اول: (FRW - عدم تجدید وارانتهی)

در این خط‌مشی، چنانچه از کار افتادگی محصول در زمان $X < T$ وقتی T دوره وارانتهی باشد (پس از فروش محصول بوقوع بپیوندد، محصول تعویضی (یا تعمیری) برای زمان باقی مانده وارانتهی ($T-X$) مشمول وارانتهی قرار می‌گیرد. اگر تعداد از کار افتادگی بیشتر باشد پروسه تا پایان «دوره وارانتهی» (T) تکرار می‌گردد. FRW همچنین «وارانتهی استاندارد» نیز نامیده می‌شود. اغلب کالاهای بادوام مصرفی و کالاهای تجاری اعم از کالاهای ارزان قیمت مانند دیسک‌های کامپیوتری و یا اقلام دارای اجزاء زیاد، گران و قابل تعمیر مانند یخچال، تلویزیون و اتومبیل تحت این نوع وارانتهی فروخته می‌شوند.

ب - خط‌مشی دوم: (FRW - تجدید وارانتهی)

در این خط‌مشی، چنانچه در دوره وارانتهی (T) از کار افتادگی به وقوع بپیوندد، محصول تعویضی با یک قرارداد وارانتهی جدید مشابه قرارداد اصلی جایگزین می‌گردد. چنانچه محصول از کار بیافتد این فرایند مجدداً تکرار خواهد شد. این نوع وارانتهی وقتی منقضی می‌شود که محصول تحت وارانتهی تا پایان زمان T بدون نقص کار کند. این نوع وارانتهی معمولاً با اقلامی از قبیل دستگاه آب میوه‌گیری، ساعت‌های زنگ‌دار و ابزار مکانیکی فروخته می‌شود.

۲-۴-۴ - وارانتهی پرداخت درصدی از محصول (PRW)

در این نوع وارانتهی در صورت از کار افتادن محصول در دوره وارانتهی (T)، تولیدکننده

متعهد به استرداد بخشی از قیمت اصلی محصول به نسبت میزان باقی مانده از زمان T می باشد.

ج - خط مشی سوم: (PRW - عدم تجدید وارانته)

در این حالت، اگر محصول در زمان $X < T$ از کار بیافتد مقدار $D(X)$ به عنوان تابعی از $(T-X)$ یا باقی مانده زمان در دوره وارانته به خریدار مسترد می شود. خریدار هیچ الزامی جهت خرید محصول تعویضی جدید ندارد. به همین دلیل این خط مشی «وارانته تخفیفی غیر شرطی» نامیده می شود (Nguyen, 1984). این نوع خط مشی معمولاً با اقلام غیر قابل تعمیر از قبیل باتری و لاستیک اتومبیل عرضه می شود. $D(X)$ هم می تواند یک تابع خطی و هم تابعی غیر خطی از $(T-X)$ باشد. با فرم های مختلف $D(X)$ می توان یک دسته از خط مشی های PRW را مشاهده کرد.

اگر C_b قیمت فروش محصول (هزینه برای خریدار) باشد چهار نوع از این دسته خط مشی ها را می توان چنین نوشت:

خط مشی سوم - ۱ -

$$D(X) = \begin{cases} \alpha C_b & 0 \leq X \leq T & \text{به ازاء} \\ 0 & X > T & \text{به ازاء} \end{cases}$$

وقتی که $0 < \alpha \leq 1$ باشد.

خط مشی سوم - ۲ - که به صورت گسترده ای در خانواده PRW بکار می رود:

$$D(X) = \begin{cases} C_b (1 - \frac{X}{T}) & 0 \leq X \leq T & \text{به ازاء} \\ 0 & X > T & \text{به ازاء} \end{cases}$$

خط‌مشی سوم - ۳-

$$D(X) = \begin{cases} \alpha C_b \left(1 - \frac{X}{T}\right) & 0 \leq X \leq T & \text{به ازاء} \\ 0 & X > T & \text{وقتی که} \end{cases}$$

به ازاء $0 < \alpha \leq 1$ است.

خط‌مشی سوم - ۴-

$$D(X) = \begin{cases} \alpha C_b \left(1 - \frac{\beta X}{T}\right)^2 & 0 \leq X \leq T & \text{اگر} \\ 0 & X > T & \text{اگر} \end{cases}$$

وقتی که $0 < \alpha \leq 1$ و $0 \leq \beta \leq 1$

د - خط‌مشی چهارم: (PRW - تجدید وارانتهی)

در این حالت چنانکه محصول در زمان $X (X < T)$ از کار بیافتد محصول جایگزین با تقلیل قیمت و یک وارانتهی مشابه وارانتهی محصول قبلی به دارنده محصول فروخته می‌شود. در این حالت تابع تخفیف^۱ شبیه به «تابع استرداد»^۲ $[D(x)]$ در خط‌مشی سوم است. این خط‌مشی نیز به عنوان خط‌مشی «وارانتهی تخفیفی شرطی» نامیده می‌شود چرا که تخفیف مشروط بوده و با خرید مجدد گره خورده است. بعضی اقلام غیر قابل تعمیر مانند باتری‌ها و لاستیک اتومبیل با این نوع خط‌مشی فروخته می‌شوند. در اینجا نیز همانند خط‌مشی سوم، فرم‌های مختلفی از $D(x)$ ، دسته‌ای از خط‌مشی‌های مختلف را ایجاد می‌کند.

۲-۴- خط‌مشی‌های وارانتهی یک دامنه پیچیده

این نوع خط‌مشی‌ها، در واقع ترکیبی از خط‌مشی‌های FRW و / یا PRW می‌باشند. این

1- Rebate Function

2- Refund Function

خط‌مشی‌ها شامل n ($n \geq 2$) فاصله غیرمشترک^۱، (T_{n-1}, T) و ... و (T_1, T_2) و $(0, T)$ با عبارات مختلف واریاتی برای هر فاصله می‌باشد. برای $n=2$ این خط‌مشی به صورت زیر توصیف می‌شود.

ه - خط‌مشی پنجم: (ترکیب FRW و PRW)

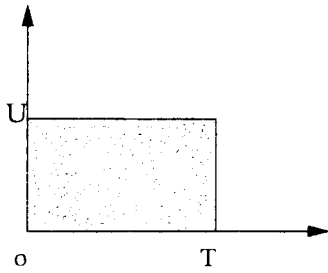
در این خط‌مشی، تولیدکننده، تأمین یک جایگزین یا تعمیر بدون اخذ وجه از زمان شروع خرید محصول تا زمان T_1 را تضمین می‌کند و هر نوع خرابی در فاصله T_1 تا T ($T > T_1$) با یک برگشت وجه باقی مانده (تخفیف) را به عهده می‌گیرد.

۳-۴ - خط‌مشی‌های واریاتی دو دامنه ساده

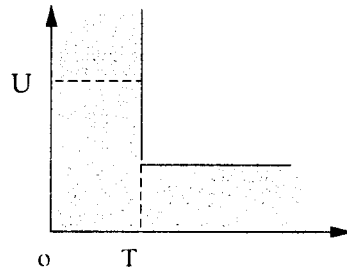
در واریاتی‌های دو دامنه، دو عامل مثل «زمان» و «میزان استفاده» با هم ملاک عمل قرار می‌گیرند. در این حالت، خط‌مشی‌های واریاتی مختلف را با ترسیم شکل‌های مختلف جهت «منطقه واریاتی» در یک صفحه دو بعدی می‌توان نشان داد. برای واریاتی دو عامله «زمان» و «میزان استفاده»، اگر زمان (T) روی محور افقی و میزان استفاده (U) روی محور عمودی قرار گیرند منطقه واریاتی را می‌توان به عنوان مثال به صورت نمودار شماره ۲ نمایش داد. ذیلاً نمونه‌ای از این نوع خط‌مشی‌ها ارائه می‌گردد.

و - خط‌مشی ششم: (FRW - عدم تجدید واریاتی)

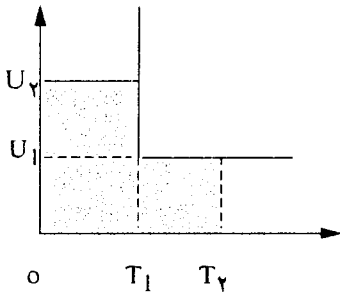
در این خط‌مشی، تولیدکننده تعمیر یا تعویض محصول بدون پرداخت وجه از طرف مشتری را تا زمان T یا تا میزان استفاده U (هر کدام زودتر صورت گیرد) تقبل می‌نماید. شکل (a) در صفحه بعد نمایانگر این خط‌مشی است که در آن T و U به ترتیب محدوده زمانی و



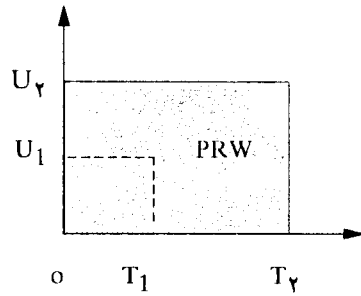
(a)



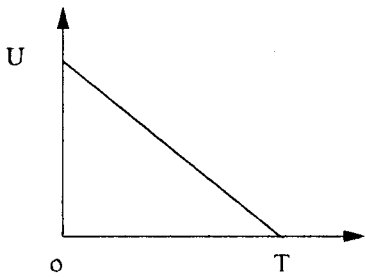
(b)



(c)



(d)



(e)

نمودار شماره ۲ - نمونه‌هایی از منطقه وارانتهی برای خط‌مشی‌های دو دامنه (Blischke & Murthy , 1992)

محدوده میزان استفاده می‌باشد. چنانچه محصولی در زمان X و «میزان استفاده» Y دچار خرابی گردد در صورتی که $Y < U$ و $X < T$ باشد توسط وارانته پوشش داده می‌شود. این نوع وارانته توسط اغلب تولیدکنندگان اتومبیل ارائه می‌شود.

۵- مدل سازی بعضی از اجزاء فرآیند وارانته

جهت ساختن یک مدل ریاضی برای مطالعه یک وارانته خاص، نیاز به مدلهای به عناصر مختلفی از فرآیند وارانته می‌باشد. در اینجا ما به عنوان مثال، مدلسازی خرابی‌های ماشین (محصول) و مدلسازی هزینه را بطور فشرده ذکر می‌کنیم:

۱-۵- مدل سازی خرابی‌ها

خرابی یک ماشین با عدم اطمینان همراه است. برای مدل‌دهی به آنها می‌باید «اولین خرابی» و «خرابی‌های بعدی متوالی» را از همدیگر تفکیک کنیم چراکه خرابی‌های بعدی متوالی بستگی به نحوه عمل «تولیدکننده ماشین» در رفع خرابی‌های قبلی دارد.

۱-۱-۵- مدل سازی اولین خرابی

اولین خرابی را می‌توان با دو مبنا مدل داد. الف) مبنای «جعبه سیاه»^۱ و ب) مبنای «جعبه سفید» یا «مبنای فیزیکی»^۲ که این دو خود وابسته به مشخصات خرابی می‌باشند.

از دیدگاه «جعبه سیاه»، ماشین در هر لحظه در یکی از دو حالت در حال کارکردن یا از کار افتاده می‌تواند دیده شود. وقتی ماشین فروخته می‌شود سالم و در حال کارکردن تلقی می‌شود. با اولین توقف، ماشین به حالت از کار افتاده می‌رسد. مدت زمان قبل از «از کار افتادن» یک متغیر تصادفی است و با یک تابع توزیع مدل داده می‌شود.

در دیدگاه «جعبه سفید»، فیزیک خرابی مدل داده می‌شود، انواع متفاوتی از چنین مدل‌هایی را می‌توان در ادبیات نگهداری و تعمیر مشاهده کرد که از آن جمله مدل‌های مربوط

1- Black Box

2- White Box or Physically Based

به خرابی‌های ناشی از کشش، مازاد بار، ایجاد شوک و پوسیدگی می‌باشند. در این مقاله بر مدل‌های هزینه وارانتهی که با دو حالت کار کردن و از کار افتادن سروکار دارند تأکید داریم و مدل‌هایی مطرح می‌شود که در آنها نظریه جعبه سیاه برای خرابی ماشین در هر دو نوع خط‌مشی وارانتهی تک دامنه و دو دامنه بکار گرفته شده است.

الف) مدل سازی اولین خرابی در وارانتهی یک دامنه

اگر زمان برای وقوع اولین خرابی که یک متغیر تصادفی است را X بدانیم می‌توان آن را با یک تابع توزیع $F(X; \theta)$ (که تابع توزیع خرابی نام دارد) مدل داد:

$$F(X; \theta) = P(X \leq x)$$

θ پارامترهای توزیع را نشان می‌دهد. شکل این توزیع معمولاً از تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به خرابی ماشین، در صورت دسترسی داشتن به این داده‌ها استخراج می‌شود. در صورت عدم دسترسی، بر مبنای درک عمومی و ابتکار فردی این فرم برگزیده می‌شود. تابع بقا^۱ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{F}(X; \theta) = 1 - F(X; \theta)$$

در تئوری قابلیت اطمینان (پایایی)، $\bar{F}(X; \theta)$ ، پایایی ماشین (محصول) نامیده می‌شود. تابع چگالی خرابی، $f(X; \theta)$ و نرخ خرابی^۲ $r(X; \theta)$ بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$f(X; \theta) = \frac{dF(X; \theta)}{dX}$$

$$r(X; \theta) = \frac{f(X; \theta)}{F(X; \theta)}$$

توجه شود که $r(X; \theta) \Delta X$ احتمال خرابی ماشین در زمان $(X \text{ و } X + \Delta X)$ به شرطی که تا زمان X مشغول به کار باشد را بیان می‌کند.

بعضی از توزیع‌های معمول مورد کاربرد در اینجا، توزیع نمایی، توزیع ویبال و توزیع گاما

1- Survivor Function

2- Failure rate

می‌باشند. به عنوان مثال برای توزیع نمایی، تابع چگالی عبارتست از:

$$f(X;\theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x} & x \geq 0 & \text{به ازاء} \\ 0 & x < 0 & \text{به ازاء} \end{cases}$$

تابع تجمعی احتمال برابر است با:

$$F(X;\theta) = \begin{cases} 1 - e^{-\theta x} & x \geq 0 & \text{به ازاء} \\ 0 & x < 0 & \text{به ازاء} \end{cases}$$

و نیز نرخ خرابی برابر است با: $r(x) = \theta$

این توزیع برای مدل‌دهی زمان‌های خرابی دستگاه‌های الکترونیک و پیچیده مناسب است.

ب - مدل سازی اولین خرابی در وارانتهی دو دامنه

اگر «عمر» ماشین را با X و «میزان استفاده» را با Y نشان دهیم، (X, Y) متغیرهای تصادفی در اولین خرابی هستند که با $F(X, Y)$ نشان داده می‌شوند و تابع چگالی برابر خواهد بود با:

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}$$

Iskandar (1993) چندین توزیع مناسب برای مدل‌دهی اولین خرابی در وارانتهی دو دامنه

مطرح کرده است.

۲-۱-۵- مدل سازی رفع خرابی

وقتی یک ماشین تحت پوشش وارانتهی از کار می‌افتد، برای تولیدکننده (متعهد به رفع خرابی) دو راه کار جهت رفع عیب (بسته به اینکه جزو اقلام قابل تعمیر یا غیر قابل تعمیر باشد) وجود دارد: برای اقلام غیر قابل تعمیر (مانند لاستیک اتومبیل) تنها راه کار، تعویض با یک محصول جدید می‌باشد. برای اقلام قابل تعمیر، دو راه کار تعویض با یک محصول جدید

و تعمیر محصول از کار افتاده وجود دارد. چگونگی خرابی محصول (ماشین) تعمیر شده بستگی به نوع تعمیری دارد که روی آن انجام شده است.

پنج نوع متفاوت تعمیر در ادبیات «نگهداری و تعمیر» وجود دارند که سه نوع ذیل مهمترین آنها را تشکیل می‌دهند:

الف) تعمیر تبدیل به نو:^۱ بعد از اینکه این نوع تعمیر انجام می‌شود، ماشین به حالت ماشین نو برمی‌گردد. نرخ خرابی یک ماشین تعمیر شده عیناً همان نرخ خرابی ماشین نو می‌باشد. این نوع تعمیر در دنیای واقعی بندرت مشاهده می‌شود.

ب) تعمیر جزئی:^۲ بعد از اینکه این نوع تعمیر انجام می‌شود، نرخ خرابی ماشین، عیناً همان نرخ خرابی پیش از کار افتادن است. تعمیرات دستگاه‌های پیچیده و مرکب که تعویض چند قطعه را نیز دربر داشته باشد از این نوع می‌باشد. پس از تعمیر، «سن» ماشین به طور کلی تقریباً برابر همان سن پیش از خرابی است. این ویژگی نخستین بار توسط Barlow & Hunter (1960) مطالعه و مطرح گردید.

ج) تعمیر غیر کامل:^۳ در این نوع تعمیر، نرخ خرابی ماشین بعد از تعمیر کوچکتر از نرخ خرابی قبل از کار افتادگی است لیکن بزرگتر از نرخ خرابی یک ماشین نو می‌باشد.

۳-۱-۵- مدل سازی خرابی‌های بعدی متوالی

ویژگی خرابی‌های بعدی در طول زمان بستگی به چگونگی رفع خرابی دارد. برای اقلام غیر قابل تعمیر، تعویض با محصول جدید تنها راه کار است. اگر زمان تعویض قابل چشم‌پوشی و خرابی‌ها از نظر آماری مستقل باشند، خرابی‌ها را در طول زمان می‌توان با یک «پروسهٔ تجدید شونده تک دامنه»^۴ مدل داد. برای اقلام قابل تعمیر، ویژگی خرابی‌های بعدی بستگی به نوع تعمیر قبلی دارد. اگر ماشین همیشه تعمیر جزئی می‌شود و زمان تعمیر به نسبت

1- Repair as new

2- Minimal repair

3- Imperfect repair

4- One - Dimentional Renewal Process

زمان ما بین خرابی‌ها قابل چشم پوشی است خرابی‌ها را می‌توان توسط یک پروسه پواسن غیرهمگن با یک تابع چگالی $\lambda(X; \theta)$ مدل داد (Murthy, 1991):

$$\lambda(X; \theta) = r(X; \theta)$$

اگر ماشین تعمیر غیرکامل می‌شود و همه تعمیرها یکسان آماری با توزیع خرابی $F_r(X; \theta)$ می‌باشند، خرابی‌ها را می‌توان با یک «پروسه تجدید شونده تأخیری»^۱ مدل داد با این شرط که فرض چشم‌پوشی از زمان تعمیر برقرار باشد (Ross, 1970, p. 46).

۲-۵- مدل سازی هزینه

در این قسمت، مدلسازی هزینه‌های ناشی از ادعاهای خسارت و اراتتی به اختصار بیان می‌شود.

الف- هزینه هر ادعا (تعویض/تعمیر)

هزینه‌ای که تولیدکننده (متعهد و اراتتی) جهت هر رفع خرابی ماشین از کار افتاده (تحت پوشش و اراتتی) صرف می‌کند برای اقلام غیرقابل تعمیر عبارتند از:

C_m ، هزینه ماشین (تجهیز) بکارگرفته شده جهت تعویض، که شامل هزینه ساخت، هزینه کیفیت ماشین، هزینه توزیع و فروش و ... می‌باشد.

C_h ، هزینه بررسی و نظارت بر ادعا، که شامل هزینه‌های اداری، هزینه نیروی انسانی درگیر در تعویض، هزینه حمل و نقل و ... می‌باشد.

برای اقلام قابل تعمیر بجای هزینه تعویض، هزینه تعمیر C_r ، شامل هزینه‌های قطعات تعویض شده و هزینه نیروی کار خواهد بود.

ب- هزینه کل و اراتتی

هزینه انجام سرویس و اراتتی برای هر ماشین، هزینه هر ادعای خسارت ضربدر تعداد

ادعاها در طول دوره وارانتهی می‌باشد. از آنجا که تعداد خرابی‌ها غیر قطعی است، هزینه وارانتهی یک متغیر تصادفی است. هزینه کل وارانتهی مورد انتظار برای هر ماشین تحت پوشش وارانتهی عبارت از هزینه وارانتهی مورد انتظار برای هر ادعا ضربدر تعداد مورد انتظار ادعا در طول دوره وارانتهی می‌باشد.

ج- هزینه سیکل زندگی

از دیدگاه تولیدکننده، هزینه بخصوص دیگری بنام هزینه مورد انتظار طول سیکل زندگی ماشین وجود دارد که جهت مطالعه جزئیات به (Blischke & Murthy (1994 مراجعه شود.

۶- مدل‌های هزینه وارانتهی

برای مطالعه جنبه‌ها و مسائل مختلف مربوط به وارانتهی، مدل‌های فراوانی ارائه شده است. از مهمترین این مدل‌ها، مدل‌های هزینه وارانتهی می‌باشد که ذیلاً اشاره خواهد شد. مدل‌های مرتبط با پایایی، طراحی و کنترل کیفیت در مقاله جداگانه‌ای قابل طرح است. مدل‌های هزینه وارانتهی عمدتاً بر اساس ساده سازی و قبول فرضیاتی مانند آنچه در زیر می‌آید شکل می‌گیرند:

الف) خرابی‌های محصول با استفاده از توزیع خرابی با «نظریه جعبه سیاه»^۱ مدل داده شده‌اند.
ب) همه درخواست‌های خسارت ناشی از خرابی‌های محصول تحت وارانتهی، معتبر شناخته شده و قابل قبول هستند.

ج) همه اقلام خراب شده بسته به نوع آنها در دوره وارانتهی به حالت سالم برگردانده خواهند شد. برای اقلام غیر قابل تعمیر، تعویض و برای اقلام قابل تعمیر، عمل تعمیر یا تعویض صورت خواهد گرفت.

د) زمان تعمیر یا تعویض در مقایسه با زمان بین خرابی‌ها، بالنسبه کوچک بوده و لذا نادیده انگاشته می‌شود.

ه) هزینه سرویس هر ادعای خرابی به صورت یک متغیر، مدل داده می‌شود که این متغیر ترکیبی از هزینه‌های ذکر شده پیشین است.

۱-۶- مدل‌های هزینه یک دامنه

مدلسازی و تجزیه و تحلیل هزینه وارانتهی یک دامنه در ادبیات وارانتهی مورد توجه زیادی واقع شده است که هم شامل مدل‌های FRW و هم PRW می‌باشد.

الف) FRW - وارانتهی تعویض بدون پرداخت

نخستین مدل‌های احتمالی FRW توسط Lowerre (1968) و Menke (1969) ارائه شد که هر دو فقط اولین خرابی محصول را در وارانتهی مورد توجه قرار داده‌اند. تجزیه و تحلیلی از خط‌مشی‌های FRW هم از نقطه نظر تولید کننده و هم از نقطه نظر مشتری، مقایسه هزینه و سود بلند مدت بدون وارانتهی و با وارانتهی توسط Blischke & Scheur (1975) انجام گردیده است.

Nguyen & Murthy (1984) یک خط‌مشی FRW برای اقلام قابل تعمیر با سه نوع عمل رفع عیب «تعمیر تبدیل به نو»، «تعمیر جزئی» و «تعمیر غیر کامل» را مطرح کرده و هزینه کل مورد انتظار وارانتهی برای تولید کننده، هزینه وارانتهی مورد انتظار در هر فاصله زمانی وارانتهی، در طول سیکل زندگی محصول برای هر نوع تعمیر را استخراج می‌کنند و یک مثال عددی برای نمایش کاربرد مدل ارائه می‌نمایند.

ب) PRW - وارانتهی پرداخت درصدی از قیمت محصول

اولین مدل از این نوع توسط Menke (1969) ارائه شد و اولین مدلی که هزینه سیکل زندگی محصول را در نظر گرفت توسط Blischke & Scheur (1975) ارائه گردید. Blischke (1992) هزینه وارانتهی را هم از دیدگاه تولید کننده و هم از دیدگاه مصرف کننده برای خط‌مشی‌های متفاوتی از وارانتهی، با توزیع‌های خرابی متعددی شامل نمایی، ویبال، گاما و نمایی ترکیبی تجزیه و تحلیل نمود.

ج) وارانتهی ترکیبی

Thomas (1983) یک مدل وارانتهی ترکیبی مرتبط با هزینه مطرح می‌کند که در آن خریدار وقتی که محصول پیش از زمان T_1 دچار خرابی شود مبلغ کامل قیمت محصول را دریافت می‌کند، وقتی که در فاصله زمانی T_1 تا T_2 ($T_2 > T_1$) دچار خرابی شود درصدی از مبلغ کامل قیمت محصول را دریافت می‌کند (این درصد بستگی به سن اقلام در زمان خرابی دارد) و هنگامی که خرابی بعد از زمان T_2 باشد هیچ گونه وجهی دریافت نمی‌کند. دوره وارانتهی بهینه با کمینه کردن هزینه کل برای سه نوع توزیع خرابی‌ی‌نمایی، یکنواخت و ویبال محاسبه می‌گردد.

Nguyen & Murthy (1984 a) حدود و تقریب‌ها برای هزینه‌های مشتری و سودهای تولیدکننده برای محصولات فروخته شده با وارانتهی ترکیبی را مطالعه کرده‌اند. در این خط‌مشی، برای خرابی‌های در فاصله $[0, T]$ ، محصول خراب شده، بدون پرداخت وجه تعویض می‌گردد (FRW) در حالی که برای خرابی‌های در فاصله $[T_1, T]$ ، محصول خراب شده با یک کاهش قیمت به نسبت عمر محصول (PRW) تعویض می‌گردد. در اینجا دو حالت بررسی می‌شود:

الف - محصول تعویض شده برای مابقی دوره باقیمانده از وارانتهی قبلی تحت پوشش وارانتهی جدید قرار می‌گیرد (حالت عدم تجدید وارانتهی).

ب - محصول تعویض شده برای مدت زمان مشابه وارانتهی قبلی تحت پوشش قرار می‌گیرد (حالت تجدید وارانتهی).

حالت اخیر بوسیله Thomas (1981) و Biedenweg (1981) مورد مطالعه قرار گرفته است. آنها هزینه‌ها و سودهای مورد انتظار در واحد زمان برای یک سیکل زندگی نامحدود (بنام هزینه‌ها و سودهای متوسط درازمدت) را محاسبه نموده‌اند. این مدل‌ها به طور گسترده‌تر بوسیله Frees & Nam (1988) مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

۲-۶- مدل‌های هزینه دو دامنه

ادبیات مدل‌های هزینه برای خط‌مشی‌های وارانتهی دو دامنه نسبتاً محدود است.

Moskowitz & Chun (1988) یک مدل بیز را برای خط مشی وارانتهی دو دامنه بدون تجدید وارانتهی توسعه داده‌اند. آنها با بکارگیری یک مثال، نتیجه می‌گیرند که این خط‌مشی نسبت به خط‌مشی وارانتهی یک دامنه نتایج چشمگیر و مفیدتری هم برای مشتری و هم برای تولیدکننده در بر دارد.

Iskandar (1993) کار اولیه Moskowitz & Chun را برای خط‌مشی‌های متعددی از وارانتهی دو دامنه توسعه داد. هزینه مورد انتظار برای تعدادی از خط‌مشی‌ها با بکارگرفتن هم دیدگاه یک دامنه و هم دو دامنه از طریق مدل دادن به خرابی‌ها یا ادعای خسارات وارانتهی در کار او دیده می‌شود.

Moskowitz & Chun (1994) کار اولیه خود را با یک مدل رگرسیون پواسن برای خرابی‌ها و مفهوم مطلوبیت مورد انتظار در خط‌مشی‌های وارانتهی دو دامنه و تعیین قیمت بهینه وارانتهی توسعه داده‌اند.

۷- دو مدل اساسی هزینه‌های وارانتهی

در این قسمت به مدلسازی و تجزیه و تحلیل دو مدل جهت بدست آوردن هزینه وارانتهی مورد انتظار پرداخته می‌شود.

۷-۱- خط مشی FRW - عدم تجدید وارانتهی (خط مشی ۱)

الف) محصول غیر قابل تعمیر

در این مدل فرض می‌شود که محصول از کار افتاده بلافاصله با یک محصول جدید که از لحاظ آماری شبیه به خود است تعویض می‌گردد. خرابی‌ها در طول دوره وارانتهی بر طبق یک پروسه «تجدید شونگی» تحت عنوان «توزیع از کار افتادگی محصول» $F(x)$ معرفی می‌گردد. چنانچه $N(T)$ ، تعداد از کار افتادگی‌ها در طول دوره وارانتهی باشد از ROSS (1970) خواهیم داشت:

$$P [N(T) = j] = F^{(j)}(T) - F^{(j+1)}(T)$$

که در اینجا $F^{(j)}(x)$ ، تابع احتمال تجمعی j بار $F(x)$ با خودش می‌باشد اگر:

$$M(T) = E[N(T)]$$

لذا، $M(T)$ بوسیله معادله انتگرال تجدید شونددگی زیر داده می‌شود:

$$M(T) = F(T) + \int_0^T M(T-x) dF(x)$$

اگر $C_w(T)$ ، هزینه وارانتهی مورد انتظار برای هر واحد محصول باشد خواهیم داشت:

$$C_w(T) = (C_m + C_h) M(T)$$

که در اینجا C_m هزینه خرید محصول، C_h هزینه اداری و تدارک وارانتهی می‌باشد. در نتیجه هزینه کل مورد انتظار برای هر واحد محصول فروخته شده با وارانتهی عبارت خواهد بود از:

$$J(T) = C_m + (C_m + C_h) M(T)$$

(ب) محصول قابل تعمیر

هنگامی که محصول از کار افتاده همیشه با «تعمیر جزئی» به حالت قابل کار کردن برگردد و زمان تعمیر قابل چشم پوشی باشد، از کار افتادگی در طول دوره وارانتهی بر طبق یک پروسه پواسن غیر همگن با یک تابع چگالی $\lambda(x)$ معادل با «نرخ از کارافتادگی»، $r(x)$ بوقوع می‌پیوندد (Murthy, 1991). چنانچه داشته باشیم:

$$g(x) = \int_0^x \lambda(x') dx' = \int_0^x r(x') dx'$$

سپس داریم (Ross, 1970):

$$P[N(T) = j] = [g(T)]^j e^{-g(T)} / j!$$

و وقتی تعداد از کار افتادگی‌های مورد انتظار (تعداد ادعاهای خسارت) در طول دوره وارانتهی به صورت زیر باشد:

$$E[N(T)] = \int_0^T r(x) dx$$

نتیجه خواهیم گرفت که هزینه وارانتهی مورد انتظار برای هر واحد محصول فروخته شده

عبارت است از:

$$C_w(T) = (C_r + C_h) \int_0^T r(x) dx$$

و هزینه کل مورد انتظار برای هر واحد محصول فروخته شده با وارانته عبارتست از:

$$J(T) = C_m + (C_r + C_h) \int_0^T r(x) dx$$

۲-۷- خط مشی PRW عدم تجدید وارانته (خط مشی ۳)

همانگونه که قبلاً ذکر شد در خط مشی ۳، از کار افتادگی یک محصول تحت وارانته موجب استرداد بخشی از ارزش محصول خواهد شد و بنابر این هزینه وارانته برای هر واحد محصول، مبلغ استرداد بعلاوه هزینه اداری وارانته خواهد بود. هزینه وارانته مورد انتظار برای هر واحد محصول عبارت است از:

$$C_w(T) = \int_0^T [D(x) + C_h] dF(x)$$

و هزینه کل مورد انتظار برای هر واحد محصول فروخته شده با وارانته عبارتست از:

$$J(T) = C_m + \int_0^T [D(x) + C_h] dF(x)$$

نتیجه گیری

این مقاله سعی بر آن داشت تا بینشی حول چگونگی توسعه مدل‌های ریاضی جهت جنبه‌های مختلف وارانته ارائه نماید. از آنجا که هدف امروزه همه مؤسسات تولیدی در فروش وارانته به مشتریان خود، حداقل کردن هزینه کل همراه با بهبود کیفیت و پایایی تولیدات است می‌توان گفت که تئوری سرمایه‌گذاری وارانته (تئوری سوم)، فلسفه حرکت تولیدکننده یا فروشنده وارانته جهت ارائه این خدمت به مشتریان را تشکیل می‌دهد.

از این رو در این مقاله، ابتدا نمونه‌ای از مدل‌های ریاضی که مبتنی بر تعدادی از خط مشی‌های وارانته بودند مطرح شد تا پیش درآمدی بر مدل‌های اساسی مطروحه جهت تجزیه

و تحلیل هزینه‌های واراتتی باشد. همچنانکه ملاحظه گردید از جنبه‌های متفاوتی می‌توان موضوعات مربوط به واراتتی را در قالب مدل‌های ریاضی فرموله کرد. با توسعه هر یک از این مدل‌ها، افق‌های جدیدی چه از لحاظ تئوریک و چه به لحاظ عملی گشوده خواهد شد که ده‌ها پایان‌نامه دکترا را می‌توان از آن استخراج نمود.

منابع و مآخذ

- 1- Arkeloff, G., (1970), The Market for Lemons Qualitative Uncertainty and Market Mechanism, **Quarterly Jr. of Economics**, 84, 488-500.
- 2- Barlow. R. E. and Hunter, L. C., (1960). "Optimum Preventive Maintenance Policies", **Operatians Research**. 8, 90-100.
- 3- Biedenweg, F. M., (1981), Warranty Analysis: Consumer Value vs Manufacturers Cost, Unpublished Ph.D. Thesis, Stanford University, California.
- 4- Blischke, W. R., (1992), Cost Comparison of Warranty Policies for Alternative Lift distributions. Presented at the ORSA/TIMS.
- 5- Blischke, W. R. & Murthy, D. N. P., (1992), Product Warranty Management - I: A Taxonomy for Warranty Policies, **European. Jr. of Operational Research.**, 62, 127-148.
- 6- Blischke, W. R. & Murthy, D. N. P., (1994), **Warranty Cost Analysis**, Marcel Dekker Inc., New York.
- 7- Blischke, W. R. and Scheuer, E. M., (1975) Calculation of the Cost of Warranty Policies as a Function of Estimated Life Distributions, **Naval Res. Logist. Quart.**, 22.
- 8- Ebright, A. H., (1961), **A Study of the Historical Setting-Past and Present- of the Law of Warranty**, Master of Law Thesis, University of Southern California, Los Angeles, CA.
- 9- Frees, E. W. and Nam, S. H., (1988), Approximating Expected Warranty Costs,

- Management Science., 34.
- 10- Iskandar, B. P., (1993), **Modelling and Analysis of Two-Dimensional Warranty Policies**, Unpublished Ph.D. Thesis, The University of Queensland, Australia.
 - 11- Juran, J. M., and Gryna, F. M., (1988), **Quality Control Handbook**, 5th, ed., McGraw-Hill Book Co., New York.
 - 12- Loomba. A. P. S., (1992), **Product Sale and Service Support Via Industrial Distribution Channels**, Doctoral Dissertation, School of Business Administration, University of Southern California, Los Angeles, California.
 - 13- Lowerre, J. M., (1968), **On Warranties**, Jr. of Industrial Engineering, 19.
 - 14- Menke, W. W., (1969), **Determination of Warranty Reserves**, Management Science, 15.
 - 15- Moskowitz, H. and Chun, Y. H., (1988), **A Bayesian Model for the Two-Attribute Warranty Policy**, Paper No. 950, Krannert Graduate School of Management, Purdue University, Indiana.
 - 16- Moskowitz, H. and Chun, Y. H. (1994), **A Poisson Regression Model for the Two-Attribute Warranty Policies**, Naval Res. Logist., 41.
 - 17- Murthy, D. N. P., (1992), **A Note on Minimal Repair**, IEEE Transactions on Reliability, 40, 245-246.
 - 18- Nguyen, D. G. and Murthy, D. N. P. (1984a), **Cost Analysis of Warranty Policies**, Naval Res. Logist. Quart., 31, 525-541.
 - 19- Nguyen, D. G. and Murthy, D. N. P., (1984b), **A General Model for Estimating Warranty Costs for Repairable Products**. IIE Transactions. 16.
 - 20- Priest, G. L., (1981), **A Theory of the Consumer Product Warranty**, Yale Law Jr., 90, 1297-1352.
 - 21- Ross, S. M., (1970), **Applied Probability Models With Optimization Applications**,