

## ارزیابی عملکرد سیستم صف کارمند - تحویل‌داری در بانک سپه

منصور مؤمنی<sup>۱\*</sup>، علی محقر<sup>۲</sup>، فرهاد متین‌نفس<sup>۳</sup>

۱. استادیار گروه مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

۲. استادیار گروه مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

۳. کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۳/۱۱/۱۲، تاریخ تصویب ۸۵/۱/۱۹)

### چکیده

بانک‌ها بی‌شک در اقتصاد ایران همچون سایر کشورها به عنوان یکی از مهمترین ابزارهای واسطه‌ای در جایگاه سازمان‌های مالی، دولت را در اجرای سیاست‌های پولی (انبساطی و انقباضی) یاری می‌کنند. این سازمان‌ها که در تقسیم بندی بخش‌های اقتصادی در بخش خدمات هستند، در ارتباط مستقیم با نیروی انسانی و مشتریان قرار دارند، به عبارت دیگر مشتری و عامل انسانی چه در قالب خدمت گیرنده و چه در قالب خدمت دهنده عامل حیات و بقای آن است، لذا بهینه سازی سیستم خدمت دهی بانک‌ها می‌تواند در محیط رقابتی امروز با افزایش رضایت مشتریان و کاهش هزینه‌ها باعث ایجاد مزیت رقابتی برای آنها گردد. سیستم کارمند- تحویل‌داری یکی از طرح‌هایی است که در راستای تکریم ارباب رجوع و با هدف جلب هر چه بیشتر رضایت آنها طراحی شده است. از این رو رفع نقاط ضعف آن می‌تواند سر آغاز حرکت به سمت مشتری مداری و موفقیت سیستم بانکی شود. در این تحقیق سعی بر این بوده که از طریق بکارگیری تکنیک‌ها و مدل‌های صف به ارزیابی عملکرد سیستم کارمند - تحویل‌داری در بانک سپه به لحاظ پارامترها و شاخص‌های تئوری صف (معیارهای زمانی، معیارهای تجمعی و شاخص بهره وری) پرداخته و عملکرد سیستم مذکور با سیستم قبلی (تحویل‌داری) مقایسه شود. برای این مهم با ارائه مقدمه‌ای کوتاه به تشریح مبانی نظری و متدولوژی تحقیق پرداخته و در ادامه با استناد به مبانی نظری، اقدام به پردازش داده‌ها از طریق بکارگیری تکنیک‌های آماری و مدل‌های مورد استفاده در تئوری‌های صف شده و پس از انطباق اطلاعات بدست آمده از طریق پردازش داده‌ها با فرضیات و اهداف مورد نظر به آنالیز دقیق سیستم‌های تحویل‌داری و کارمند - تحویل‌داری، ارائه نتایج و پیشنهادات پرداخته شده است.

**واژه‌های کلیدی:** بانک، کارمند - تحویل‌داری، سیستم صف

## مقدمه

اصلی‌ترین و در عین حال حساس‌ترین وظیفه یک مدیر تصمیم‌گیری است، لذا اتخاذ روش‌هایی که این فرآیند را به ایده‌آل‌ترین نتیجه رهنمون سازد، حائز اهمیت ویژه‌ای خواهد بود. با گذشت زمان ما شاهد وقوع دگرگونی‌های متعدد در عرصه‌های مختلف علمی هستیم، به نحوی که عدم توجه به این پیشرفت‌ها و ابزارهای نوین در نهایت باعث عدم اطمینان در تصمیم‌گیری‌ها خواهد شد، لذا نظریه پردازان مدیریت سعی بر مجهز نمودن تصمیم‌گیران به این تکنیک‌ها و ابزارهای جدید دارند.

تئوری‌های صف به عنوان تکنیک آماری برای حل مسائل و تجزیه و تحلیل سیستم‌ها از اهمیت بسزایی برخوردار است، ورود این رویکرد به کشور از طریق ترجمه متون تخصصی انجام پذیرفت. به کارگیری موفقیت‌آمیز این تکنیک در حل مسائل صنعتی و اقتصادی توانست چشم‌انداز مطلوبی را در خصوص بکارگیری تکنیک‌های کمی در عرصه‌های مختلف تولیدی و خدماتی ترسیم نماید. خوشبختانه امروزه همراهی علوم رایانه‌ای و تکنیک‌های شبیه‌سازی که پایه و اساس آنها بر اصول تئوری‌های صف متکی است، توانسته در حل بسیاری از معضلات و مشکلات و طراحی سیستم‌های نوین صنعتی با حداکثر راندمان و اثربخشی یاریگر مهندسین و مدیران صنایع مختلف باشد.

بانک‌ها نیز به عنوان یکی از شاخص‌ترین مؤسسات اقتصادی نقش مهمی را در راستای اجرای سیاست‌های پولی (انبساطی و انقباضی) دولت ایفا می‌کنند به نحوی که در شرایط مقتضی با جمع‌آوری سرمایه‌های پولی مازاد جامعه و هدایت آنها به سمت فعالیت‌های اقتصادی مولد، باعث تحکیم زیرساخت‌های توسعه اقتصادی جامعه و ترسیم افق‌های روشن برای آن می‌شوند. همچنین در دوران رکود اقتصادی این مؤسسات مالی با کاهش نرخ‌های سود (بهره) و افزایش تسهیلات اعتباری سعی در تزریق منابع مالی به منظور حرکت چرخ‌های اقتصادی و صنعتی جامعه دارند [۷].

باتوجه به این موارد به روشنی قابل درک است که بهینه‌سازی ارائه خدمات در سیستم بانکی و ارائه الگوهای مناسب می‌تواند در نهایت باعث تسهیل و تسریع در ارائه خدمات از طرف این مؤسسات اقتصادی به مردم شود. چرا که امروزه یکی از شاخص‌های رشد و توسعه یافتگی جوامع از نظر مجامع بین‌المللی پیشرفت سازمان‌های خدماتی و افزایش سطح کیفی ارائه خدمات از طریق این سازمان‌ها است.

## بیان مساله

با افزایش تراکم جمعیت و شهری شدن روز افزون جامعه همه ما به نوعی فشارهای روانی و فیزیکی انتظار در صف را تجربه نموده ایم. در فروشگاه‌های زنجیره‌ای پرداخت بهای اقلام انتخاب شده یکی از مشکلات این سیستم خرید نوین است. در بانک‌ها برای انجام امور بانکی بالاخص در روزهای پایان ماه، در سلف سرویس دانشکده‌ها، صف‌های اتوبوس و نظایر آن مواردی هستند که انسان امروزه در عصر تکنولوژی با آن مواجه است. ما به عنوان مشتری، انتظار در صف را دوست نداریم، مدیران و سرپرستان خدمات فوق نیز تمایلی به وجود صف در سیستم خود ندارند.

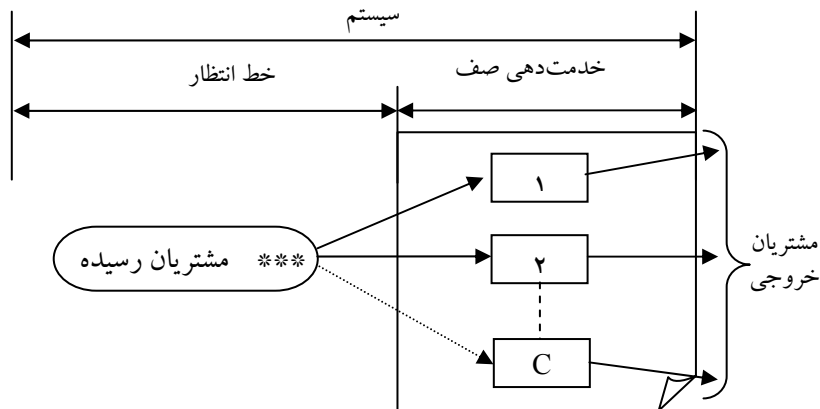
با این تفاسیر علت تشکیل صف را می‌توان تقاضای بیش از حد دریافت سرویس در مقابل امکانات و تجهیزات ناکافی و قسمتی دیگر نیز به دلیل عدم مدیریت صحیح و استقرار سیستم‌های خدماتی مناسب برای آنها لحاظ کرد. از این رو در بانک سپه به منظور مقایسه عملکرد سیستم جدید کارمند - تحویل‌داری با سیستم قبلی (تحویل‌داری) و تعیین نقاط ضعف و قوت سیستم جدید این تحقیق طراحی و در نیمه اول سال ۸۳ اجرا گردید.

سیستم تحویل‌داری سیستمی است که در آن ارائه خدمات به مشتریان توسط دو نفر انجام می‌شود بنحویکه یک نفر مسئول نوشتن اسناد مشتریان بوده و شخص دوم مسئول انجام عملیات مربوط به تبادلات با صندوق است. در سیستم کارمند - تحویل‌داری هر دو فعالیت یاد شده در هم ادغام شده و یک نفر مسئول انجام تمام کارهای نوشتن اسناد، دریافت و پرداخت به مشتریان است. سیستم تحویل‌داری سیستمی بود که در ابتدا در شعب بانک سپه مورد استفاده قرار می‌گرفت ولی بعداً بانک به منظور غنی سازی شغلی و افزایش رضایت و انگیزش کارکنان اقدام به اجرای آزمایشی سیستم کارمند - تحویل‌داری نمود و در حال حاضر نیز انجام می‌شود. با این تفاسیر برای ارزیابی عملکرد سیستم جدید لازم بود تا وضعیت دو سیستم با هم مقایسه شود، برای این منظور ما عملکرد هر دو سیستم را در شعبه چهار کالج بانک سپه با استفاده از تئوری سیستم‌های صف مورد بررسی قرار دادیم. لازم به ذکر است با توجه به اینکه در چارت سازمانی بانک با تغییر درجه شعب شاهد کاهش یا افزایش تعداد کانالهای خدمت دهی هستیم و از طرفی مطابق قضیه حد مرکزی وقتی نمونه به سمت بی نهایت میل می‌کند اریب داده‌ها از بین خواهد رفت از این رو نتایج حاصل از این تحقیق قابل استناد به کل سیستم شعب است، اگر چه به منظور حصول

اطمینان از روایی و پایایی تحقیق مراتب در خصوص چندین شعبه دیگر مورد بررسی قرار گرفته است.

### فرضیه‌های تحقیق

۱. زمان انتظار مشتریان در سیستم کارمند - تحویل‌داری نسبت به سیستم تحویل‌داری یکسان نیست.
  ۲. میزان طول صف در سیستم کارمند - تحویل‌داری نسبت به سیستم تحویل‌داری یکسان نیست.
  ۳. مدت بیکاری خدمت‌دهندگان در سیستم کارمند - تحویل‌داری با سیستم تحویل‌داری یکسان نیست.
- به منظور بررسی فرضیات یاد شده، داده‌های مربوط به سیستم تحویل‌داری و کارمند - تحویل‌داری در سطح شعبه بانک سپه جمع‌آوری و پس از تطبیق آن با مدل مربوطه در قالب الگوهای صف (M/M/1 و M/M/C) داده‌های مربوطه جمع‌آوری و پس از آنالیز آماری اقدام به نتیجه‌گیری و در نهایت ارائه پیشنهادات شد.



نمودار ۱. نمای شماتیک از یک سیستم صف

### کلیات سیستم‌های صف

سیستم صف را این چنین تعریف می‌کنند که مشتریان برای دریافت خدمت به سیستمی مراجعه نموده، و پس از انتظار در سیستم جهت دریافت خدمت موردنظر به قسمت مربوطه رفته و پس از گذشت زمان لازم برای اتمام خدمت، از آن خارج می‌شوند. البته منظور از مشتری و خدمت‌دهنده تنها عامل انسانی نبوده و بطور کلی تمام متقاضیان اعم از انسان،

قطعات و غیره به عنوان «مشتری» یا به عنوان «خدمت دهنده» تعریف می‌شوند [۸] [۱۴].

## انواع مدل‌های صف

### مدل‌های صف قطعی

ساده‌ترین رده مسائل صف از نظر مفهومی، رده‌ای است که در آن توزیع‌های احتمال برای توصیف الگوهای مراجعه و سرویس ضروری نیستند. مدل صفی که در این رده قرار می‌گیرد مدل «قطعی» نامیده می‌شود، زیرا هیچ توزیع احتمالی مربوط به مساله وجود ندارد [۶] [۱۰] [۱۲].

### مدل‌های صف احتمالی

بسیاری از وقایع در عالم واقع حالت تصادفی دارند. یعنی از فرآیندهای تصادفی پیروی می‌نمایند و نمی‌توان به صراحت اندازه متغیرهای آن را به دست آورد. با توجه به اینکه در مدل‌های احتمالی صف، ورود و خروج به سیستم و سرویس دهی به آنها شکل تصادفی دارند لذا لازم است تا تابع توزیع احتمال مناسب برای آنها تعریف شود. در متداول‌ترین مدل‌های صف تصادفی (احتمالی)، فرض بر این است که فواصل زمانی بین دو ورود متوالی زمان‌های سرویس، از توزیع نمایی پیروی می‌کنند و یا هم ارز آن، زمان‌های ورود و سرویس دهی از توزیع پواسون متابعت می‌نمایند [۱] [۴].

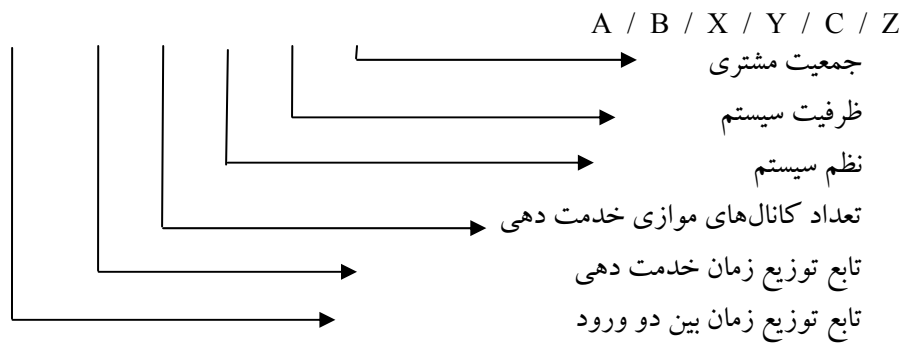
## مشخصه‌ها و نمادگذاری سیستم‌های صف

«کندال» در سال ۱۹۵۳ یک قرار داد کلی برای نمایش سیستم‌های صف ارائه نمود. (نمودار ۲) او در سیستم پیشنهادی سه مشخصه اول یعنی الگوی ورود مشتری، الگوی خدمت دهی و تعداد خدمت دهندگان را مشخص نمود و سپس در سال ۱۹۶۶ شخصی به نام «لی» دو مشخصه دیگر یعنی ظرفیت سیستم و نظام سیستم را نیز در قرار داد کندال وارد کرد [۵] [۱۳].

### معیارهای مؤثر در ارزیابی سیستم‌های صف

هر سیستم صف نیازمند معیارهایی است تا نحوه عملکرد آن را مورد ارزیابی قرار دهند، به کمک چنین معیارهایی می‌توان تاثیر گزینه‌ها و سیاست‌های مختلف را بر سیستم مورد بررسی قرار داد، اساسی‌ترین آنها عبارتند از:

احتمال تعداد مشخصی از افراد در سیستم  
متوسط زمان انتظار هر مشتری در صف  
متوسط طول صف  
متوسط زمان انتظار هر مشتری در سیستم  
احتمال بیکاری تسهیلات خدمت دهی



نمودار ۲. نحوه نمایش یک سیستم صف، کندال - لی

### ضریب بهره وری

ضریب بهره وری در حقیقت نسبت نرخ ورود مشتری به نرخ خدمت دهی است. این نسبت عملاً برابر نرخ ورود کار به داخل سیستم نسبت به ماکزیمم نرخ است که سیستم می‌تواند این کار را انجام دهد.

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{\text{میانگین کل تقاضای برای دریافت خدمت در واحد زمان}}{\text{کل ظرفیت سیستم برای ارائه خدمت در واحد زمان}}$$

مشخص است که هر چه  $\rho$  بزرگتر باشد، تقاضا برای دریافت خدمت بیشتر بوده و سیستم کار بیشتری انجام داده، صف طولانی بوده و درصد بیکاری خدمت دهندگان کمتر خواهد بود. هر چه  $\rho$  کوچکتر باشد، طول صف کوتاهتر و درصد بیکاری در مکانیزم خدمت دهی افزایش می‌یابد، به عبارت دیگر از امکانات خدمت دهی کمتر استفاده می‌شود. اگر نرخ ورود مشتری به سیستم بزرگتر از نرخ خدمت دهی به مشتریان باشد یعنی  $\lambda > c\mu$  در این صورت  $\rho < 1$  بوده و ظرفیت سیستم جواب گوی کل تقاضا برای دریافت خدمت نبوده، و صف رفته رفته طولانی تر و به سمت بی نهایت میل می‌کند. به

همین دلیل شرط  $\mu > 1$  شرط پایداری برای اکثر سیستم‌های صف است [۲].

### شبکه‌های صف

شبکه‌های صف یک ابزار مهم در طراحی سیستم‌های کامپیوتری و شبکه‌های ارتباطی است. طبق اظهارات گراس و هریس یک شبکه صف شبکه‌ای از ایستگاه‌ها است که هر کدام از آنها شامل یک یا چند مرکز خدمت می‌باشد [۶].

به دنبال مطالعات ارلانگ، جکسون نیز تحقیقات کلیدی را در این موضوعات که به نام خودش جکسون نامیده شد انجام داد، در مطالعات جکسون در مورد شبکه‌های صف مفروضات زیر در نظر گرفته شده است:

۱. ورودی از خارج سیستم به گره  $i$  بر طبق توزیع پواسون با نرخ  $\lambda_i$  است.
۲. زمان خدمت دهی برای هر کانال خدمت دهی در گره  $i$  مستقل از یکدیگر و مستقل از سایر گره‌ها بوده و متغیر تصادفی نمائی با پارامتر  $\mu_i$  است.
۳. احتمال اینکه یک مشتری که خدمت دهی او در گره  $i$  تمام شده است وارد گره  $j$  شود برابر  $g_{ij}$  بوده و مستقل از وضعیت سیستم می‌باشد و  $g_{ij}$  نمایانگر احتمال خروج مشتری از سیستم پس از دریافت خدمت از گره  $i$  می‌باشد.

### شبکه‌های باز جکسون<sup>۱</sup>

در این شبکه‌های مشتریان می‌توانند از خارج بر طبق فرآیند پواسون به هر کدام از گره‌ها وارد شوند و متوسط تعداد مشتری‌ها که از خارج به گره  $i$  وارد می‌شوند را با  $\lambda_i$  و زمان خدمت دهی تمام خدمت دهندگان در گره‌ها بر طبق توزیع نمائی با نرخ  $\mu_i$  است [۱۵].

### شبکه‌های بسته جکسون<sup>۲</sup>

حالتی است که برای تمام گره‌ها  $\lambda_i = 0$  می‌باشد یعنی هیچ مشتری از خارج وارد سیستم نشود و همچنین برای تمام گره‌ها  $g_{ij} = 0$  است به عبارتی چنانکه هیچ مشتری سیستم را ترک نکند، شبکه مذکور را شبکه بسته جکسونی می‌نامند [۱۵].

### تجزیه و تحلیل داده‌ها در قالب مدل‌های صف

#### نگرش سیستمی در صف

سیستم مجموعه‌ای از اجزاء مختلف است که در تعامل با یکدیگر در جهت هدف خاصی

---

1. Open Jackson network  
2. Closed Jackson network

حرکت می‌کنند، سیستمی که در اینجا بررسی می‌شود، سیستم صفی است که با ارائه و بکارگیری دو روش مختلف سعی در حداکثر ساختن کارائی و اثر بخشی خویش در خصوص نحوه ارائه خدمات به مشتریان دارد.

### سیستم‌های تحویل‌داری و کارمند - تحویل‌داری

#### سیستم تحویل‌داری

این سیستم سبک سستی بانک‌ها در ارائه خدمات به مشتریان است، که بر اساس اصل تقسیم و تخصصی شدن کارهای آدم اسمیت طراحی شده است و در آن یک نفر فعالیت‌های مربوط به بخش صندوق (بخش تبادل پول نقد) و شخص دیگری سایر خدمات (جاری، پس انداز، حوالجات)، را انجام می‌دهد. برای سنجش عملکرد سیستم تحویل‌داری با استفاده از روابط و مدل‌های صف و مقایسه آن با سیستم کارمند - تحویل‌داری داده‌های سیستم در یک بازه زمانی برای پوشش تمام روزهای هفته جمع آوری و زمانهای بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم ( $\mu, \lambda$ ) تعیین شده است [۹]. ساده‌ترین روش برای تعیین توزیع مجموعه‌ای از داده‌ها استفاده از روش نموداری و ترسیم هیستوگرام داده‌ها برای زمان‌های ورود مشتریان و خدمت دهی در یکسری از طبقات است که با استفاده از نرم افزار SPSS هیستوگرام مربوط به داده‌ها ترسیم شده است [۱۱] [۱۴]. آزمون کالموگروف - اسمیرنف، روش ناپارامتری دقیقی برای تعیین همگونی اطلاعات و داده‌های تجربی گرد آوری شده با توزیع‌های آماری منتخب است که در اینجا با استفاده از نرم افزار SPSS انجام گرفته است. در تحلیل‌های پارامتری چنانچه p-value داده‌ها از سطح معنی دار ۵ درصد بزرگتر باشد  $H_0$  پذیرفته می‌شود به عبارت دیگر شواهد کافی برای رد فرضیه  $H_0$  وجود ندارد [۳] [۸]. در ادامه روند تعیین پارامترهای سیستم طی نگاره‌های شماره ۱ و ۲ و ۳ ارائه شده است.

نگاره ۱. داده‌ها پردازش شده مربوط به زمانهای ورود مشتریان

شرح	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
N	۵۹	۷۶	۶۱	۷۸	۱۰۸	۵۵
$\Sigma$ ثانیه	۷۲۰۹	۸۷۶۸	۶۵۳۶	۶۹۹۲	۷۵۹۷	۶۵۴۶
$\bar{X}$ ثانیه	۱۲۲	۱۱۵	۱۰۷	۹۰	۱۱۰	۱۱۹
$\lambda$ ثانیه	۰/۰۰۸	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹	۰/۰۱۱	۰/۰۰۹	۰/۰۰۸
$\lambda$ ساعت	۲۹	۳۲	۳۲	۴۰	۳۲	۲۹



متوسط زمان ورود مشتریان ( $\lambda$ )، میانگین مربوط به کل روزها به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^6 \lambda_i}{n} = \frac{194}{6} \cong 32$$

متوسط ورود به سیستم ۳۲

بنابر این مشتریان با متوسط ۳۲ نفر در ساعت به شعبه مراجعه می کنند.

نگاره ۳. داده‌های پردازش شده مربوط به زمانهای خدمت دهی به مشتریان در مرحله اول

شرح	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
N	۶۰	۷۷	۶۲	۷۹	۷۰	۵۶
$\sum$ ثانیه	۶۹۹۴	۸۴۴۲	۵۴۶۳	۶۹۷۸	۶۶۰۲	۴۸۸۲
$\bar{Y}_1$ ثانیه	۱۱۷	۱۱۰	۸۸	۸۷	۹۴	۸۷
$\mu_1$ ثانیه	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱
$\mu_1$ ساعت	۳۲	۳۲	۴۰	۴۰	۴۰	۴۰

برای بدست آوردن متوسط زمان خدمت دهی به مشتریان میانگین روزهای هفته را محاسبه می نمایم:

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^6 \mu_i}{n} = 37$$

متوسط ساعت خدمت دهی در مرحله اول ۳۷

بنابراین مشتریان در مرحله اول خدمت دهی در سیستم اولیه (تحویله‌داری) با متوسط ۳۷ نفر در ساعت دریافت می کنند.

نگاره ۳. داده‌های پردازش شده مربوط به زمانهای خدمت دهی به مشتریان در مرحله دوم

شرح	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه
N	۵۹	۷۵	۶۲	۷۹	۷۰	۵۶
$\sum$ ثانیه	۷۱۵۵	۹۲۱۵	۶۴۵۷	۷۸۴۳	۷۲۷۶	۴۷۸۷
$\bar{Y}_2$ ثانیه	۱۲۱	۱۲۳	۱۰۴	۹۹	۱۰۴	۸۵
$\mu_2$ ثانیه	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۱۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۲
$\mu_2$ ساعت	۲۹	۲۹	۳۶	۳۶	۳۶	۴۳

متوسط زمان خدمت دهی در مرحله دوم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^6 \mu_{ri}}{n} = 35 \text{ متوسط ساعت خدمت‌دهی در مرحله دوم}$$

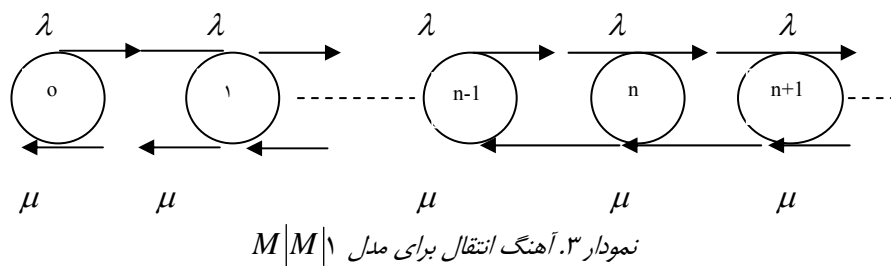
عدد فوق را می‌توان بدین صورت تفسیر کرد که مشتریان در مرحله دوم خدمت دهی در سیستم تحویل‌داری با متوسط ۳۵ نفر در ساعت خدمت دریافت می‌کنند.

### تعیین شبکه و شاخص‌های سیستم تحویل‌داری

همانطور که ذکر شد در سیستم تحویل‌داری مشتریان با پارامتر  $\lambda$  وارد سیستم شده و طی دو مرحله با پارامتر  $\mu$  خدمت دریافت و از سیستم خارج می‌شود، لذا سیستم مذکور جزء شبکه‌های باز جکسونی و از نوع "سیستم‌های سری صف" است که در هر کدام از ایستگاه‌ها از مدل  $M|M|1$  پیروی می‌کند:

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad b(t) = \mu e^{-\mu t}$$

$a(t)$  تابع توزیع احتمال زمان بین دو ورود متوالی و  $b(t)$  تابع توزیع احتمال مدت زمان خدمت دهی بوده و هر دو دارای توزیع نمائی هستند، نمودار آهنگ انتقال برای این مدل را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



### محاسبه ضریب بهره‌وری و احتمالاً حدی

$$\rho_1 = \frac{\lambda}{\mu_1} = 86\% \quad \text{و} \quad \rho_r = \frac{\lambda}{\mu_r} = 91\%$$

$$\pi_1 = 1 - \rho \quad , \quad \pi_{1,1} = 0/14 \quad , \quad \pi_{1,r} = 0/09$$

### معیارهای تجمع

منظور از معیارهای تجمع  $L$  (متوسط تعداد افراد در سیستم) و  $Lq$  (متوسط تعداد مشتریان در صف) است که به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{cases} L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \\ L_1 \cong 6 \text{ نفر} \\ L_2 \cong 10 \end{cases} \quad \begin{cases} Lq = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \\ Lq_1 \cong 5 \text{ نفر} \\ Lq_2 \cong 9 \end{cases}$$

### معیارهای زمانی

منظور از معیارهای زمانی  $W$  (متوسط زمان انتظار در سیستم) و  $Wq$  (متوسط زمان انتظار در صف) است.

$$\begin{cases} W = \frac{1}{\mu-\lambda} \\ W_1 = \frac{1}{5} \text{ دقیقه} = ۱۲ \text{ ساعت} \\ W_2 = \frac{1}{3} \text{ دقیقه} = ۲۰ \text{ ساعت} \end{cases} \quad \begin{cases} Wq = \frac{1}{\mu(\mu-\lambda)} \\ Wq_1 = \frac{32}{185} \text{ دقیقه} = ۱۰ \text{ ساعت} \\ Wq_2 = \frac{32}{105} \text{ دقیقه} = ۱۸ \text{ ساعت} \end{cases}$$

### سیستم کارمند - تحویل‌داری

سیستم کارمند - تحویل‌داری که پایه گذار آن را باید بانک صادرات دانست، بدین ترتیب است که یک نفر به عنوان شخص کارمند - تحویل‌دار هم خدمات مربوط به بخش صندوق را انجام می‌دهد و هم فعالیت‌های مربوط به جاری، پس انداز، حوالجات و غیره را برای مشتریان ارائه می‌کند. لازم به ذکر است دو روش نموداری و آزمون کالموگروف - اسمیرنف در اینجا نیز مورد آزمون قرار گرفته و در مجموع و با توجه به بررسی‌های بعمل آمده، توزیع زمان‌های ورود و خدمت دهی این سیستم از تابع توزیع نمائی پیروی می‌کند.

نگاره ۴. داده‌های مربوط به زمان‌های ورود مشتریان

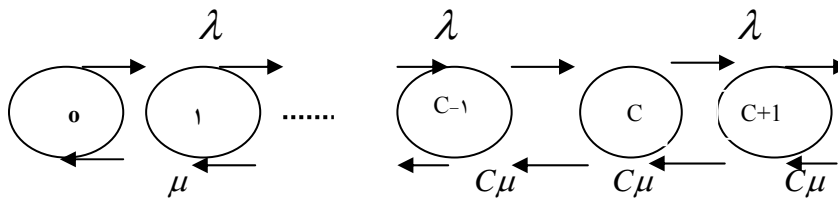
شرح	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه
N	۷۶	۵۰	۸۲	۹۴	۸۷	۹۹
$\sum$ ثانیه	۱۰۳۴۰	۶۷۶۸	۹۲۴۹	۸۵۷۸	۸۸۰۲	۹۸۰۵
$\bar{X}$ ثانیه	۱۳۶	۱۳۵	۱۱۳	۹۱	۱۰۱	۹۸
$\lambda$ ثانیه	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۹	۰/۰۱۱	۰/۰۱۰	۰/۰۱۰
$\lambda$ ساعت	۲۵	۲۵	۳۲	۴۰	۳۶	۳۶

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^6 \lambda_i}{n} = 32 \text{ متوسط زمان ورود مشتریان به سیستم}$$

نگاره ۵. داده‌های زمان‌های خدمت دهی به مشتریان

شرح	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه
N	۷۷	۵۱	۸۳	۹۵	۸۸	۱۰۰
$\sum$ ثانیه	۱۵۲۱۶	۱۲۷۵۰	۲۲۴۱۰	۱۹۰۷۷	۱۸۰۱۵	۱۷۶۳۷
$\bar{\gamma}$ ثانیه	۱۹۸	۲۵۰	۲۷۰	۲۰۱	۲۰۵	۱۷۶
$\mu$ ثانیه	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶
$\mu$ ساعت	۱۸	۱۴	۱۴	۱۸	۱۸	۲۲

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^6 \mu_i}{n} = 17 \text{ متوسط زمان خدمت دهی در سیستم کارمند تحویل‌داری}$$

نمودار ۴. آهنگ انتقال برای مدل  $M|M|C$ 

### تعیین مدل و شاخص‌ها

مدل این سیستم صف  $M|M|C$  بوده که، دارای  $C$  خدمت دهنده با آهنگ خدمت دهی مساوی ( $\mu$ ) است، آهنگ ورود مشتریان نیز همانند سیستم قبلی ( $M|M|1$ ) برابر  $\lambda$  بوده و مستقل از وضعیت سیستم است. در نتیجه دیاگرام آهنگ انتقال مدل مذکور به صورت زیر خواهد بود:

احتمالات حدی برای مدل فوق به صورت زیر است:

$$\pi_n = \left\{ 1 + \sum_{N=1}^{C-1} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^N \frac{1}{N!} + \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^C \frac{1}{C!} \times \frac{1}{1-\rho} \right\}^{-1}$$

$$\pi_0 = \left\{ 1 + \sum_{N=1}^{r-1} \left( \frac{32}{17} \right)^N \frac{1}{N!} + \left( \frac{32}{17} \right)^r \frac{1}{r!} \times \frac{1}{1 - \frac{32}{2 \times 17}} \right\}^{-1}$$

قبل از محاسبه جواب مربوط به  $\pi_0$  ضریب بهره‌وری سیستم مذکور طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\rho = \frac{\lambda}{C\mu} = \frac{32}{2 \times 17} = 0.94 \quad \text{و} \quad \pi_0 = \left\{ \frac{95.5}{289} \right\}^{-1} = 0.3$$

#### معیارهای تجمع

$$L = \frac{\pi_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{C! (1-P)^r} + \frac{\lambda}{\mu} = 15/76 \approx 16$$

$$Lq = \frac{\pi_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{C! (1-\rho)^r} = 13/8 \approx 14$$

#### معیارهای زمانی

$$W = \frac{1}{\mu} + \left[ \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^C \mu}{(C-1)!(C\mu - \lambda)^r} \right] \pi_0 = \frac{1}{17} + 0.44 = 0.5 = 30 \text{ دقیقه}$$

$$Wq = \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^C \mu}{(C-1)!(C\mu - \lambda)^r} \times \pi_0 = \frac{\left( \frac{32}{17} \right)^r \times 17}{1!(34 - 32)^r} \times 0.3 = 0.44 = 26 \text{ دقیقه}$$

بنابراین متوسط زمان انتظار مشتریان در سیستم و صف به ترتیب ۳۰ و ۲۶ دقیقه است. در ادامه با توجه به پارامترها و شاخص‌های محاسبه شده در نگاره (۶) به تحلیل فرضیات می‌پردازیم:

نگاره ۶. خلاصه پارامترها و شاخص‌های محاسبه شده برای سیستم‌های تحویل‌داری و کارمند -

#### تحویل‌داری

شرح	پارامترها		احتمال حدی	نرخ بهره‌وری	معیارهای تجمعی		معیارهای زمانی	
	نفر $\lambda$	نفر $\mu$	$\pi$	$\rho$	L نفر	Lq نفر	W دقیقه	Wq دقیقه
سیستم تحویل‌داری	$\lambda = 32$	$\mu_{1,2} = 35$	$\pi_{1,1} = 0/14$	$\rho_{1,1} = 0/86$	$L_{1,1} = 6$	$Lq_{1,1} = 5$	$W_{1,1} = 12$	$Wq_{1,1} = 10$
		$\mu_{1,2} = 35$	$\pi_{1,2} = 0/04$	$\rho_{1,2} = 0/91$	$L_{1,2} = 10$	$Lq_{1,2} = 9$	$W_{1,2} = 20$	$Wq_{1,2} = 18$
سیستم کارمند - تحویل‌داری	$\lambda = 32$	$\mu_2 = 17$	$\pi_{2,2} = 0/03$	$\rho_2 = 0/94$	$L_2 = 16$	$Lq_2 = 14$	$W_2 = 30$	$Wq_2 = 26$

#### آنالیز فرضیه‌ها

فرضیه ۱- زمان انتظار مشتری در سیستم کارمند - تحویل‌داری با سیستم تحویل‌داری یکسان نیست. مطابق نگاره مذکور و ستون مربوط به معیارهای زمانی، وضعیت W (متوسط زمان انتظار مشتریان در سیستم) و Wq (متوسط زمان انتظار مشتریان در صف) برای هر کدام از سیستم‌های تحویل‌داری و کارمند - تحویل‌داری به شرح زیر است:

در سیستم تحویل‌داری متوسط زمان انتظار مشتریان در سیستم برابر ۳۲ است.

$$W_1 = W_{1,1} + W_{1,2} = 12 + 20 = 32$$

این معیار برای سیستم کارمند - تحویل‌داری ۳۰ است که به میزان ۲ دقیقه بهبود یافته است. برای معیار مربوط به متوسط زمان انتظار مشتری در صف نیز شاهد همین روال هستیم چرا که مجموع متوسط زمان‌های انتظار مشتری در سیستم اولیه برابر ۲۸ دقیقه  $Wq = Wq_{1,1} + Wq_{1,2} = 10 + 18 = 28$  و در سیستم کارمند - تحویل‌داری برابر ۲۶ است که باید گفت شاهد بهبود این زمان در سیستم کارمند - تحویل‌داری هستیم.

فرضیه ۲- میزان طول صف در سیستم کارمند - تحویل‌داری در مقایسه با سیستم تحویل‌داری یکسان نیست. هدف این فرضیه ارزیابی وضعیت معیارهای تجمعی برای سیستم‌های مذکور است.

معیار تجمعی متوسط تعداد مشتریان در سیستم تحویل‌داری برابر با ۱۶ است که تفاوتی

$$L = L_1 + L_2 = 6 + 10 = 16$$

با سیستم ثانویه ندارد:

معیار متوسط تعداد مشتریان در صف برابر با ۱۴ است که با سیستم ثانویه تفاوتی ندارد:

$$Lq = Lq_1 + Lq_2 = 5 + 9 = 14$$

ولی همانطور که مشاهده می‌شود میزان این شاخص در مرحله دوم خدمت دهی تقریباً

دو برابر مرحله اول است لذا ضروری است عوامل مرتبط با بخش صندوق مورد بازنگری قرار گیرد تا در نهایت نتایج آن در تسهیل عملیات سیستم کارمند تحویل‌داری انعکاس یابد به عبارت دیگر در سیستم تحویل‌داری، عمده ترین گلوگاه در مرحله دوم خدمت دهی یعنی بخش صندوق است ولی از آنجا که در سیستم کارمند - تحویل‌داری شخص متصدی با صندوق ارتباط مستقیم داشته و عمل دریافت و پرداخت را شخصا انجام می‌دهد لذا از بین بردن موانع و سکنه‌های موجود در این بخش در نهایت باعث افزایش بهره‌وری و کارایی سیستم خواهد شد.

فرضیه ۳ - زمان بیکاری خدمت دهندگان در دو سیستم یکسان نیست.

برای بررسی فرضیه فوق لازم است ابتدا مقایسه‌ای در خصوص ضرایب بهره‌وری دو سیستم یاد شده انجام شود. ضریب بهره‌وری سیستم اولیه (تحویل‌داری) به شرح زیر است:

$$\rho = \frac{1}{4}(\rho_1 + \rho_2) \Rightarrow \rho = \frac{1}{4}(0/86 + 0/91) = 88/5\%$$

ضریب بهره‌وری سیستم کارمند - تحویل‌داری نیز مطابق نگاره شماره (۷) ارائه شده برابر است با ۹۴٪ که در مقایسه با عدد بدست آمده برای سیستم تحویل‌داری وضعیت بهتری را نشان می‌دهد. توضیح آنکه ضریب بهره‌وری در عمل به مفهوم نرخ ورود کار به داخل سیستم در مقایسه با ماکزیمم نرخ (ظرفیتی) است که سیستم می‌تواند این کار را انجام دهد لذا طبیعی است که هر چه  $\rho$  بزرگتر باشد، تقاضا برای دریافت خدمت بیشتر بوده و سیستم کار بیشتری را انجام داده، صف طولانی‌تر و درصد بیکاری خدمت دهندگان کمتر خواهد بود. فرضیات ۱، ۲ و ۳ و ارتباط زنجیره‌ای بین ضریب بهره‌وری و طول صف در نگاره زیر خلاصه شده است:

نگاره ۷. مقایسه شاخص‌های دو سیستم

سیستم کارمند - تحویل‌داری	سیستم تحویل‌داری		شاخص
	مرحله دوم خدمت دهی	مرحله اول خدمت دهی	
۹۴٪	۹۱٪	۸۶٪	$\rho$
۱۴	۹	۵	$Lq$
۲۶	۱۸	۱۰	$Wq$

با توجه به نگاره فوق با افزایش ضریب بهره وری متوسط طول صف و زمان انتظار مشتریان در صف افزایش می‌یابد.

### آنالیز احتمال بیکاری خدمت دهنده‌ها

برای روشن تر شدن موضوع هر کدام از سیستم‌های یاد شده در قالب سه سوال زیر بررسی می‌شود.

الف) چند درصد اوقات هر دو خدمت دهنده بیکار هستند؟

ب) چند درصد اوقات هر خدمت دهنده بیکار است؟

ج) چند درصد اوقات حداقل یک خدمت دهنده بیکار است؟

#### سیستم تحویل‌داری:

الف) درصد بیکاری همزمان خدمت دهنده‌ها برابر درصد اوقاتی می‌باشد که سیستم خالی است ( $\pi_0$ ) است لذا:

$$\left. \begin{aligned} \text{درصد اوقاتی که خدمت اول در سیستم تحویل‌داری بیکار است.} & \pi_{1,1} = 14\% \\ \text{درصد اوقاتی که خدمت دوم در سیستم تحویل‌داری بیکار است.} & \pi_{2,2} = 9\% \end{aligned} \right\}$$

ب) برای محاسبه درصد اوقاتی که هر خدمت دهنده بیکار است یکی از خدمت دهنده‌ها را در نظر گرفته و این احتمال را با مشروط کردن آن به تعداد مشتری‌های داخل سیستم محاسبه می‌شود:

$$= \sum_{n=0}^{\infty} P \{ n \text{ نفر داخل سیستم} / \text{بیکاری خدمت دهنده اول} \} p \{ n \text{ نفر داخل سیستم} \}$$

$$= (1)\pi_0 + \left(\frac{1}{2}\right)\pi_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \binom{0}{n} \pi_n = (1)\left(\frac{14}{100}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)[(1-\rho)\rho^1] + \sum_{n=2}^{\infty} \binom{0}{n} \pi_n = 0.2$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} P \{ n \text{ نفر داخل سیستم} / \text{بیکاری خدمت دهنده دوم} \} p \{ n \text{ نفر داخل سیستم} \}$$

{بیکاری خدمت دهنده دوم}



$$= (1)\pi_0 + \left(\frac{1}{2}\right)\pi_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (0)\pi_n = (1)\left(\frac{14}{100}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)[(0/0.9 * 0/91)] + 0 = \frac{14}{100} = 0/14$$

در نتیجه ۲۰ درصد اوقات خدمت دهنده مرحله اول و ۱۸ درصد اوقات نیز خدمت دهنده مرحله دوم بیکار است.

ج) درصد اوقاتی که حداقل یک خدمت بیکار است برابر اوقاتی است که حداکثر یک نفر داخل سیستم است:

$$\pi_0 = \frac{23}{200} \quad \text{و} \quad \pi_1 = \frac{19}{100} \quad \text{و} \quad P\left\{\begin{array}{l} \text{بیکار بودن حداقل یک} \\ \text{خدمت دهنده} \end{array}\right\} = \pi_0 + \pi_1 = 30\%$$

### سیستم کارمند - تحویل‌داری

الف) درصد اوقاتی که هر دو خدمت دهنده با هم بیکار هستند:  $\pi_0 = \frac{3}{100}$

$$\pi_1 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \times \pi_0 = \left(\frac{32}{17}\right)\left(\frac{3}{100}\right) = \frac{6}{100} \quad \text{ب)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} P\{n \text{ نفر داخل سیستم} / \text{بیکاری یک خدمت دهنده}\} p\{n \text{ نفر داخل سیستم}\} \\ \text{بیکاری خدمت دهنده}$$

$$= (1)\pi_0 + \left(\frac{1}{2}\right)\pi_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (0)\pi_n = \left(\frac{3}{100}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{100}\right) = \frac{6}{100}$$

$$p\left\{\begin{array}{l} \text{بیکار بودن حداقل یک خدمت دهنده} \end{array}\right\} = \pi_0 + \pi_1 = \frac{9}{100} \quad \text{ج)}$$

نگاره ۱. مقایسه دو سیستم به لحاظ بیکاری خدمت دهنده‌ها

سیستم کارمند - تحویل‌داری	سیستم تحویل‌داری		گزینه‌ها
	خدمت دهنده دوم	خدمت دهنده اول	
۰/۰۳	۰/۱۲	۰/۱۲	درصد بیکاری هر دو خدمت دهنده
۰/۰۶	۰/۱۸	۰/۲	درصد بیکاری هر خدمت دهنده
۰/۰۹	۰/۳	۰/۳	درصد بیکاری حداقل یک خدمت دهنده

همانطور که مشاهده می‌شود، وضعیت سیستم کارمند - تحویل‌داری به مراتب بهتر از

سیستم اولیه است، به عبارت دیگر بهره‌وری کارکنان سیستم دوم در مقایسه با کارکنان سیستم اول افزایش یافته و دارای اوقات بیکاری کمتری هستند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با پردازش داده‌های اخذ شده از دو سیستم تحویل‌داری و کارمند - تحویل‌داری ضمن کسب مجوزهای استفاده از مدل‌های نمایی سیستم‌های صف، پارامترها و شاخص‌های دو سیستم یاد شده تلخیص شد که در ادامه با بررسی اطلاعات بدست آمده از داده‌ها به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای بهبود عملکرد سیستم کارمند - تحویل‌داری می‌شود:

#### نتیجه‌گیری

متوسط زمان انتظار مشتریان در سیستم اولیه برابر ۳۲ در حالیکه در سیستم کارمند - تحویل‌داری برابر ۳۰ است، همچنین متوسط زمان انتظار مشتریان در صف برای سیستم تحویل‌داری برابر ۲۸ و در سیستم کارمند - تحویل‌داری برابر ۲۶ است که بیانگر بهبود وضعیت معیارهای زمانی در سیستم کارمند - تحویل‌داری است. متوسط تعداد مشتریان در سیستم تحویل‌داری و سیستم کارمند - تحویل‌داری برابر ۱۶ بوده و متوسط تعداد مشتریان در صف برای هر دو سیستم برابر ۱۴ است که حاکی از عدم تغییر معیارهای تجمعی در هر دو سیستم است. همچنین بهره‌وری سیستم تحویل‌داری برابر با ۸۸٪ و سیستم کارمند - تحویل‌داری برابر ۹۴٪ است که حاکی از بهبود نسبی سیستم ثانویه است. همانطور که در نگاره‌ها مشاهده شد (نگاره‌های ۶، ۷ و ۸) با افزایش بهره‌وری متوسط طول صف و زمان انتظار مشتریان در صف نیز افزایش می‌یابد و این با توجه به توضیحات ارائه شده در خصوص ضریب بهره‌وری کاملاً صحیح است. لازم به ذکر است درصد بیکاری خدمت‌دهنده در سیستم کارمند - تحویل‌داری به مراتب کمتر از سیستم تحویل‌داری است که با توجه به موارد ذکر شده در بند سوم کاملاً طبیعی است.

#### پیشنهادات

با توجه به معیارهای زمانی محاسبه شده برای دو سیستم و همچنین نتایج بدست آمده در فرضیه اول عمده زمان انتظار مشتریان در قسمت مربوط به صندوق و بخشی است که متصدی با پول نقد سر و کار دارد، لذا لازم است تجهیزات تعبیه شده در این خصوص به بهترین نحو سرویس دهی شده و فرآیندهای زاید طی فرآیند مهندسی مجدد حذف

شوند تا کاربر در سریعترین زمان ممکن عملیات مربوطه را انجام دهد. توجه به زیر ساختارهای اساسی در سیستم همچون تجهیزات مربوط به حساب‌های عابر بانک و جاری طلائی که تقاضای زیادی را از جانب مشتریان به خود اختصاص می‌دهد، می‌تواند نقش مهمی در کاهش زمان انتظار مشتریان در صف ( $L_q$ ) داشته باشد. با توجه به اینکه بعضی از خدمات مورد تقاضا توسط مشتریان در مقایسه با بقیه زمان بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد، لذا تفکیک این خدمات در شعب می‌تواند موجب افزایش رضایت سایر مشتریان شود. توجه به تعداد مناسب کانال‌های خدمت دهی در نهایت باعث بهبود معیارهای تجمعی و زمانی سیستم می‌شود، چرا که تعداد بهینه متصدیان سیستم کارمند - تحویل‌داری می‌تواند ضمن کاهش متوسط زمان انتظار مشتریان در سیستم و صف ( $W, W_q$ ) باعث کاهش طول صف در فرآیند خدمت دهی شود. به منظور کاهش زمان خدمت دهی و به تبع آن کاهش طول صف و زمان انتظار مشتریان می‌توانیم پس از تعیین نقطه‌های اوج ورود مشتریان در هر روز اقدام به بکارگیری نیروهای ذخیره در مدیریت شعب مناطق نماییم.

## منابع

۱. آذر، عادل. مؤمنی، منصور (۱۳۷۳). آمار و کاربرد آن در مدیریت، جلد دوم، تهران، انتشارات سمت، چاپ اول.
۲. ایروانی، محمدرضا (۱۳۷۲). سیستم‌های صف، مدل‌های صف، جلد دوم، تهران، انتشارات دانشگاه علم و صنعت.
۳. عمیدی، علی (۱۳۷۸). نظریه نمونه گیری و کاربرد آن، جلد اول، تهران، مرکز نشر دانشگاهی.
۴. کارل، بنکس (۱۳۸۰). شبیه سازی سیستم‌های گسسته - پیشامد، ترجمه محمد محلوچی، تهران، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف، چاپ دوم.
۵. کریمیان نوکبادی، اصغر (۱۳۸۲). ارائه یک الگوی بهینه سرویس دهی به مشتریان بانک با استفاده از مدل‌های صف، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
۶. گراس، دونالد. هریس، کارل (۱۳۸۰). مبانی و اصول نظریه صف، ترجمه محمد فاطمی قمی، تهران، انتشارات دانشگاه امام حسین (ع).
۷. متین نفس، فرهاد (۱۳۸۳). محرک‌های مدیریت ریسک اثر بخش، کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع. تهران، تیرماه، صص ۱۵-۲۲.
۸. مدرس یزدی، محمد (۱۳۸۰). نظریه صف، تهران، مرکز نشر دانشگاهی.
۹. مشکوری، مهدی (۱۳۸۲). طراحی مدل صف و شبیه سازی واحد حمل و نقل داخلی شرکت ایران خودرو، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.
۱۰. مؤمنی، منصور (۱۳۷۳). پژوهش عملیاتی (مدل‌های احتمالی)، انتشارات سمت.
۱۱. نوفرستی، محمد (۱۳۷۸). آمار اقتصاد و بازرگانی، تهران، جلد دوم، انتشارات

مؤسسه خدمات فرهنگی رسا، چاپ ششم.

12. Gross, D. and Harris, M. (1998). "Fundamental of Queueing Theory", Awiley, Interscience Publication.
13. Hall, R. (1991). "Queueing Method for Service and Manufacturing", First Edition, Prentice-Hall, U.S.A.
14. Hillire, S. and Gerald. J. (1980). "Introduction to Operations Research" Third. Edition, Holden Day Inc.
15. Jackson, J. (1993). "Queueing System Management Science", John Wiley & Sons.